

Gotthard Günther [*]

Natural Numbers in Trans-Classic Systems

Part I

Mathematico-Philosophical Prolegomena

Part II of this essay was written before Part I and offered to the Third Annual Symposium of the American Society for Cybernetics as a topic of discussion. However, owing to unforeseen circumstances, the paper was not presented at the Symposium. This turned out to be a blessing in disguise. In order to conform to the time limit for oral presentation Part II was written in a highly condensed manner and there was no opportunity to elaborate on the general epistemological aspect which served as the starting point for the intended confrontation between natural numbers and structural systems of higher complexity than our traditional logic offers. We are determined to make up for this omission in Part I because we believe that the theoretical goal of Part II will be better understood if the present author clarifies his attitude toward the basic concept of organism and its mathematical treatment in cybernetic research.

To begin with let us state that what this author has been doing for many years runs counter to the professed aims in cybernetic research. When Norbert Wiener defined cybernetics as research into "the essential unity of the set of problems centering about communication, control, and statistical mechanics, whether in the machine or living tissue," then such investigations as the present one, based on trans-classic theories of logic and ontology, run on exactly the opposite track. Theories of trans-classic logic and many-valued ontologies are introduced for the very purpose of showing *not* the "essential unity" but the *essential differences* in the concept of a machine and what Wiener called the living tissue.

Teil II dieses Aufsatzes wurde vor Teil I geschrieben und dem Dritten Jahressymposium der *American Society for Cybernetics* als Diskussionsthema angeboten. Aufgrund unvorhergesehener Umstände wurde der Text jedoch nicht auf dem Symposium präsentiert. Dies stellte sich als Glück im Unglück heraus. Um die Frist für die mündliche Präsentation einzuhalten, wurde Teil II in stark verdichteter Form verfasst – und es gab keine Gelegenheit, auf den allgemeinen erkenntnistheoretischen Aspekt einzugehen, der als Ausgangspunkt für die beabsichtigte Gegenüberstellung der natürlichen Zahlen und strukturellen Systemen von höherer Komplexität als die auf der Basis dessen, was unsere traditionelle Logik anbietet. Wir sind entschlossen, diese Lücke in Teil I zu schließen, weil wir glauben, dass das theoretische Ziel von Teil II besser verstanden wird, wenn der vorliegende Autor seine Haltung gegenüber dem Grundkonzept des Organismus und seiner mathematischen Behandlung in der kybernetischen Forschung verdeutlicht.

Lassen Sie uns zunächst feststellen, dass das, worüber der Autor seit vielen Jahren arbeitet, den erklärten Zielen der kybernetischen Forschung zuwiderläuft. Wenn Norbert Wiener die Kybernetik als die Erforschung "der wesentlichen Einheit der Problematik der Kommunikation, der Kontrolle und der statistischen Mechanik, sei es in der Maschine oder im lebenden Gewebe" definierte, dann verlaufen solche Untersuchungen wie die vorliegende, die auf transklassischen Theorien der Logik und Ontologie beruhen, auf genau dem entgegengesetzten Weg. Theorien der trans-klassischen Logik und mehrwertige Ontologien werden zu dem Zweck eingeführt, um nicht die "essentielle Einheit", sondern die wesentlichen Unterschiede im Konzept einer Maschine und dessen, was Wiener das lebende Gewebe nannte, aufzuzeigen. Das ist eine krasse Ketzerei in der *High Church of*

* This paper (English version) is dedicated to the memory of Warren Sturgis McCulloch. The ideas expressed in the first part are to a great extent the result of a night session this author had with him toward the end of February 1969. May this paper stand as an expression of the author's deep and lasting indebtedness to a great scholar and a great man.

This paper was prepared under the sponsorship of the Air force Office of Scientific Research, Grant AF-AFOSR-70-1865 and Grant 68-1391.

First published in: part I, *Journal of Cybernetics* Vol. 1, 1971, No. 2, p. 23-33; part II: *Journal of Cybernetics* Vol. 1, 1971, No. 3, p. 50-62.

Reprinted in: Gotthard Günther, *Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik*, Band 2, p. 241-264.

This is crass heresy in the High Church of Cybernetics. So far the thesis of the essential ontological difference between what is traditionally called a machine and what is called a living organism has been largely ignored and this policy of leaving out of sight the intrinsic conceptual distinction between Life and an inanimate mechanism received a strong impulse when Norbert Wiener published his book *Cybernetics*. But Wiener's work starts, as is well known, with a chapter called "Newtonian and Bergsonian Time". This chapter already contains – despite the intent of its author – elements which cast heavy doubt on the theory of the essential unity of the set of problems which involve the machine as well as the living tissue. It is highly significant that Wiener's confrontation of Newtonian and Bergsonian time was not seriously followed up in subsequent research, and, in fact, this author remembers that one reviewer remarked about Wiener's book that he considered the essay on Newtonian and Bergsonian time quite superfluous and that Wiener might as well have started the presentation of his case with Chapter 11 which discusses Groups and Statistical Mechanics. In this paper exactly the opposite position will be taken and we want to point out that Wiener's distinction in the concept of Time leads to two different conceptual interpretations of the phenomenon which is called living tissue or organism or more generally Life.

It is a very old insight, gained already in Greek philosophy, that the phenomenon of Life is "dialectical". Plato explains what is meant by this term. If something has dialectical character it is impossible to find for it a theory in principle capable of full formalization. It will be necessary to develop two complementary theories for it which are, in a certain way, incompatible with each other (e.g., the corpuscular and wave interpretation of Matter) but which are both necessary for an exhaustive description of the phenomenon.^[1]

Present cybernetics, so far, has completely disregarded the dialectical aspects of the organism and concentrated in an entirely undialectic fashion on only one of the complementary aspects which the

Cybernetics. Bislang wurde die These vom wesentlichen ontologischen Unterschied zwischen dem, was traditionell als Maschine bezeichnet wird und dem, was als lebender Organismus bezeichnet wird, weitgehend ignoriert und diese Politik, die konzeptionelle Unterscheidung zwischen Leben und einem unbelebten Mechanismus außer Acht zu lassen, erhielt einen starken Impuls, als Norbert Wiener sein Buch *Kybernetik* veröffentlichte. Doch Wieners Werk beginnt bekanntlich mit dem Kapitel "Newtonsche und Bergsonsche Zeit". Dieses Kapitel enthält bereits – trotz der Absicht seines Autors – Elemente, die die Theorie der wesentlichen Einheit der Problematik, an der sowohl die Maschine als auch das lebende Gewebe beteiligt sind, in Frage stellen. Es ist höchst bezeichnend, dass Wieners Gegenüberstellung der Newtonschen und Bergsonschen Zeit in der Folge nicht ernsthaft aufgegriffen wurde; und in der Tat erinnert sich der Autor, dass ein Rezensent über das Buch von Wiener bemerkte, dass er den Aufsatz über die Newtonsche und Bergsonsche Zeit für ziemlich überflüssig erachten würde und dass Wiener seine Präsentation mit dem Kapitel II, in dem Gruppen und die statistische Mechanik behandelt werden, hätte beginnen können. In der vorliegenden Arbeit wird genau die entgegengesetzte Position eingenommen und wir möchten darauf hinweisen, dass Wieners Unterscheidung des Zeitbegriffs zu zwei unterschiedlichen konzeptuellen Interpretationen des Phänomens führt, das als lebendes Gewebe oder Organismus oder allgemeiner als Leben bezeichnet wird.

Es ist eine sehr alte Erkenntnis, die bereits in der griechischen Philosophie gewonnen wurde, dass das Phänomen des Lebens "dialektisch" ist. Platon erklärt, was mit diesem Begriff gemeint ist. Wenn etwas dialektischen Charakter hat, ist es unmöglich, eine Theorie zu finden, die prinzipiell zur vollen Formalisierung fähig ist. Dazu müssen zwei komplementäre Theorien entwickelt werden, die in gewisser Weise miteinander unvereinbar sind (z.B. die Korpuskular- und Welleninterpretation der Materie), die aber beide für eine erschöpfende Beschreibung des Phänomens notwendig sind.[1]

Die gegenwärtige Kybernetik hat bisher die dialektischen Aspekte des Organismus völlig außer Acht gelassen und sich ganz undialektisch auf nur einen der komplementären Aspekte konzentriert, die das Phänomen des

¹ Recently Dr. Hector C. Sabelli from the Chicago Medical School has written an important paper which stresses the dialectical structure of organisms. His essay will be published in the Transactions of the VIII. International Hegel Congress, Berlin (DDR), August 23-29, 1970.

phenomenon of living tissue or of an organism incorporates. In the following pages we shall sketchily describe both of the two aspects accentuating their incompatibility and we shall begin with the one that has been one-sidedly favored by present day cybernetics.

An organism has, in the prevailing tradition, been described as something embodying a higher and more integrated unity than a mere classic mechanism which is a loose and partly arbitrary aggregation of anorganic parts. It has been said that an organism is dominated by the principle of superadditivity, meaning that it is essentially more than the sum of all its parts. This theory has sometimes been labeled as holism and the Oxford Dictionary defines the term as referring to a "tendency in nature to form wholes that are more than the sum of the parts by creative evolution." This provokes at once the question: If this is true for the *evolutive* time dimension of organisms (which corresponds roughly to Newtonian time), what about the complementary *emanative* time dimension?^[2] The epistemological assumption of holism seems to exclude that emanative developments will also drift toward superadditivity. On the other hand, one cannot have evolution without emanation and vice versa. This is structurally impossible. At any rate, the traditional concept of organism considers organic systems as things which result from a tendency to integrative togetherness with a mutual inhesion of parts tending to obliterate the identity of the part in favor of the reinforced identity of what is called the whole.

It should be pointed out that this holistic concept of organism which stresses the aspect of unity is in a significant agreement with the tradition of classic ontology. It will be useful to remind the reader that classic ontology is essentially monism: It considers the ultimate substratum of reality as one-valued. It follows for this type of philosophy that the deeper we understand a phenomenon the more we will strive to see in it unity, continuity, homogeneity, and harmony. This is the classic scientific way into the depth dimension of Reality ... leading ultimately into the *coincidentia oppositorum* of Nicholas of

lebenden Gewebes oder eines Organismus beinhaltet. Auf den folgenden Seiten werden wir die beiden Aspekte, die ihre Unvereinbarkeit betonen, skizzieren und mit demjenigen beginnen, der von der heutigen Kybernetik einseitig favorisiert wird.

Ein Organismus ist in der vorherrschenden Tradition als etwas beschrieben worden, das eine höhere und stärker integrierte Einheit verkörpert als ein bloßer klassischer Mechanismus, der eine lockere und teilweise willkürliche Aggregation anorganischer Teile ist. Es wurde gesagt, dass ein Organismus vom Prinzip der Superadditivität beherrscht wird, was bedeutet, dass er wesentlich mehr ist als die Summe aller seiner Teile. Diese Theorie wurde manchmal als Ganzheitlichkeit bezeichnet und das *Oxford Dictionary* definiert den Begriff als Bezugnahme auf eine "Tendenz in der Natur, Ganzheiten zu bilden, die mehr sind als die Summe der Teile durch kreative Evolution". Dies provoziert sofort die Frage: Wenn dies für die *evolutive* Zeitdimension von Organismen zutrifft (was ungefähr der Newtonschen Zeit entspricht), was ist dann mit der komplementären *emanativen* Zeitdimension?[2] Die erkenntnistheoretische Annahme des Holismus scheint auszuschließen, dass emanative Entwicklungen auch in Richtung Superadditivität driften. Andererseits kann man keine Evolution ohne Emanation haben und umgekehrt. Das ist strukturell unmöglich. Auf jeden Fall betrachtet der traditionelle Begriff des Organismus organische Systeme als Dinge, die aus einer Tendenz zur integrativen Zusammengehörigkeit mit einer gegenseitigen Ineinanderlagerung von Teilen resultieren, die dazu neigen, die Identität des Teils zugunsten der verstärkten Identität dessen, was das Ganze genannt wird, zu vernichten.

Es sei darauf hingewiesen, dass dieser ganzheitliche Begriff des Organismus, der den Aspekt der Einheit betont, in einer signifikanten Übereinstimmung mit der Tradition der klassischen Ontologie steht. Es wird nützlich sein, den Leser daran zu erinnern, dass die klassische Ontologie im Wesentlichen ein Monismus ist: Sie betrachtet das ultimative Substrat der Realität als einwertig. Es folgt für diese Art von Philosophie, dass je tiefer wir ein Phänomen verstehen, desto mehr streben wir danach, in ihm Einheit, Kontinuität, Homogenität und Harmonie zu sehen. Dies ist der klassische wissenschaftliche Weg in die Tiefen-Dimension der Realität ..., der letztendlich in die *coincidentia oppositorum* des Nikolaus von Kues

² With regard to the structural differences between evolution and emanation see this author's monograph "Logik, Zeit, Emanation und Evolution," Publications of the Research Association of Nordrhein-Westfalen, No. 136 (Westdeutscher Verlag, Köln, 1967).

Cues. The concept of universal Being which unites and reconciles the opposites is nothing if not the expression of the belief that the whole Universe represents to us the aspect of an unbroken context of objective existence. It is inevitable that in this climate of thinking the organism appears as a marvel of integration and of a prestabilized harmony. Life, for the classic thinker, is the blessed state in which the parts of the Universe "know" each other in the sense in which the Bible uses the term in Chapter IV of Genesis: "And Adam knew his wife." The *coincidentia oppositorum* is maximal superadditivity.

The one-sidedness of this epistemological attitude is revealed when we look at one of the highest triumphs of cybernetics. Thanks to an early paper of Warren McCulloch and Walter Pitts, we know that any property of an organism which we can define in finite and non-ambiguous terms can be repeated and duplicated in a nonorganic "classic" machine.^[3] And let us not forget that all our nonorganic hardware has grown out of theories based on classic mathematics, two-valued logic and one-valued ontology. With this reminder let us have a look at the consequences of the McCulloch/Pitts discovery.

It has been said by philosophic pragmatism that we can only understand what we make. But we might also say, and with equal right, that if we can build a machine which displays – let us say – all possible behavioral traits of memory, then we have dispensed from a technical viewpoint with the necessity to *understand* what memory is in a living person. We know that in a living person memory establishes personal identity lasting through a given span of time; but no cyberneticist has ever seriously asserted that, if we have designed "I memory" into a piece of hardware, we have infused the latter with a sense of personal identity. It is also nonsensical to think that, with the present methods of improving the memory functions of computers, we can even approach the total role the Platonic Anamnesis plays in a living system. Cybernetics as a technical discipline does not even aim at repeating an organism itself in hardware, it only aims at repeating observable behavioral traits of organisms. It is totally indifferent

mündet. Das Konzept des universellen Seins, das die Gegensätze vereint und versöhnt, ist nichts anderes als der Ausdruck des Glaubens, dass das ganze Universum für uns den Aspekt eines ungebrochenen Kontexts objektiver Existenz darstellt. Es ist unvermeidlich, dass in diesem Klima des Denkens der Organismus als ein Wunderwerk der Integration und der vorbereiteten Harmonie erscheint. Das Leben ist für den klassischen Denker der gesegnete Zustand, in dem sich die Teile des Universums in dem Sinne "kennen", in dem die Bibel den Begriff in Kapitel IV der Genesis verwendet: "Und Adam kannte seine Frau". Die *coincidentia oppositorum* ist maximale Superadditivität.

Die Einseitigkeit dieser epistemologischen Haltung offenbart sich, wenn wir einen der höchsten Triumphe der Kybernetik betrachten. Dank einer frühen Arbeit von Warren McCulloch und Walter Pitts wissen wir, dass jede Eigenschaft eines Organismus, die wir in endlichen und nicht mehrdeutigen Begriffen beschreiben können, in einer anorganischen "klassischen" Maschine wiederholt und dupliziert werden kann.^[3] Und vergessen wir nicht, dass all unsere anorganische Hardware aus Theorien gewachsen ist, die auf klassischer Mathematik, zweiwertiger Logik und einer einwertigen Ontologie basieren. Lassen Sie uns mit dieser Erinnerung einen Blick auf die Folgen der Entdeckung von McCulloch/Pitts werfen.

Im philosophischen Pragmatismus wurde gesagt, dass wir nur das verstehen können, was wir machen. Aber wir könnten auch sagen, und mit gleichem Recht, dass, wenn wir eine Maschine bauen können, die – sagen wir – alle möglichen Verhaltensmerkmale des Gedächtnisses zeigt, dann haben wir von einem technischen Standpunkt aus auf die Notwendigkeit verzichtet, zu verstehen, was Gedächtnis in einem lebenden Menschen ist. Wir wissen, dass in einer lebenden Person das Gedächtnis eine persönliche Identität aufbaut, die über einen bestimmten Zeitraum hinweg Bestand hat; aber kein Kybernetiker hat jemals ernsthaft behauptet, dass wir, wenn wir "Ich-Gedächtnis" in ein Stück Hardware hineingebaut haben, letztere mit einem Gefühl der persönlichen Identität durchdrungen haben. Es ist auch unsinnig zu glauben, dass wir uns mit den gegenwärtigen Methoden zur Verbesserung der Gedächtnisfunktionen von Computern sogar der totalen Rolle der platonischen Anamnese in einem lebenden System annähern können. Die Kybernetik als technische Disziplin zielt nicht einmal darauf ab,

³ Warren S. McCulloch and Walter Pitts, "A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity," *Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 5 (Chicago, University of Chicago Press, 1943), pp. 115-133.

to the problem of whether such behavioral traits occur in an animated biological system or in an inanimate classic mechanism – and whether such difference of locality may produce a different hermeneutic^[4] significance for otherwise totally identical traits. The most important epistemological lesson that can be learned from the McCulloch-Pitts paper is that it defines – quite unintentionally but sharply – the boundary between cybernetics as a basic hermeneutic science which wants to *understand* the phenomenon of Life and cybernetics as a science of sophisticated mechanics which reaches for the technical know-how to imitate the results which organisms achieve within the objectively observable section of Reality. On the other hand, the process by dint of which memory contributes to the establishment of self-referential personal identity within a living person does not belong to the field of the objectively observable, which means we cannot imitate it. Being technically imitable and being on principle observable are, epistemologically speaking, synonymous terms. Thus the McCulloch-Pitts paper indirectly opens up a field of as yet untouched hermeneutic cybernetics where this novel discipline does not want to repeat and imitate living systems as a feat of hardware or even software engineering, but where we strive to *understand what is left* after the engineer has done his work.

The shortcomings of the present one-sided trend of cybernetic research make themselves felt especially when we consider the fact that cybernetic methods have made deep inroads into the Humanities, investigating, for example, problems of literature with statistical methods. It stands to reason that the cyberneticist will play his games merely on the surface of the Humanities if he ignores the hermeneutic approach of *understanding* what is already known in a merely factual sense. The traditional hermeneutic methods, however, fail because their incompatibility with the requirements of exact algorithms as they are now used in cybernetics is too great. What is urgently required is an *algorithmization of herme-*

einen Organismus selbst in Hardware zu wiederholen, sondern nur darauf, beobachtbare Verhaltensmerkmale von Organismen zu wiederholen. Es ist völlig gleichgültig, ob solche Verhaltensmerkmale in einem lebenden biologischen System oder in einem unbelebten klassischen Mechanismus auftreten – und ob solche Orts-Unterschiede eine andere hermeneutische^[4] Bedeutung für ansonsten völlig identische Merkmale haben können. Die wichtigste erkenntnistheoretische Lektion, die man aus dem McCulloch-Pitts-Papier lernen kann, ist, dass es – ganz unbeabsichtigt, aber scharf – die Grenze zwischen der Kybernetik als einer grundlegenden hermeneutischen Wissenschaft definiert, die das Phänomen des Lebens und der Kybernetik als einer Wissenschaft der hochentwickelten Mechanik verstehen will, die nach dem technischen Know-how strebt, um die Ergebnisse nachzuahmen, die Organismen innerhalb des objektiv beobachtbaren Abschnitts der Realität erzielen. Andererseits gehört der Prozess, durch den das Gedächtnis zur Etablierung einer selbstreferentiellen persönlichen Identität innerhalb einer lebenden Person beiträgt, nicht zum Feld des objektiv Beobachtbaren, das heißt, wir können es nicht nachahmen. Technisch imitierbar und prinzipiell beobachtbar zu sein, sind epistemologisch gesehen synonyme Begriffe. So erschließt die McCulloch-Pitts-Arbeit indirekt ein Feld der noch unberührten hermeneutischen Kybernetik, in dem diese neuartige Disziplin lebende Systeme nicht als Kunststück der Hardware oder gar des Software-Engineerings wiederholen und imitieren will, sondern *in dem wir versuchen zu verstehen, was übrig bleibt*, nachdem der Ingenieur seine Arbeit getan hat.

Die Unzulänglichkeiten des gegenwärtigen einseitigen Trends der kybernetischen Forschung machen sich vor allem dann bemerkbar, wenn man bedenkt, dass kybernetische Methoden tief in die Geisteswissenschaften eingedrungen sind und z.B. Literaturprobleme mit statistischen Methoden untersucht werden. Es liegt auf der Hand, dass der Kybernetiker seine Spiele nur auf der Oberfläche der Geisteswissenschaften spielen wird, wenn er den hermeneutischen Ansatz des Verstehens dessen, was bereits bekannt ist, im rein faktischen Sinne ignoriert. Die traditionellen hermeneutischen Methoden scheitern jedoch daran, dass ihre Unvereinbarkeit mit den Anforderungen exakter Algorithmen, wie sie heute

⁴ Hermeneutic: interpretive as different from analytic treatment of scientific data. In this context 'hermeneutic' means that a single logico-mathematical structure, resp. the function which it determines, may be capable of different but equally valid interpretations with regard to the role it plays in a given system. Thus the process of counting of natural numbers which is discussed in Part II of this essay leads to two different hermeneutical interpretations if it designates quantities of objects in the physical universe or a mental process in the mind.

neutics. Such algorithmization would fall within the domain of transcendental logic. But – although cybernetics so far has completely ignored transcendental logic – the great irony is that it has willingly adopted a fateful prejudice to which the instigators of transcendental logic (Kant, Fichte, and Hegel) paid homage. It is the seemingly unshakeable prejudice that hermeneutical processes are entirely incapable of formalization.^[5]

Unfortunately, we cannot raise the demand for hermeneutic *understanding* in addition to factual *knowing* without having the dialectical issue emerge again. It must be understood that hermeneutics has no field for its interpreting activity unless a problem has been formulated in such a way that any attempt at its solution forces us to develop mutually incompatible but strictly complementary theories.

A dialectic theory of organism, based on the principle of conceptual complementarity, has not yet been developed. We have pointed out that cybernetics, up to now, has favored an entirely one-sided non-dialectical concept of organism, obtaining remarkable but equally one-sided results. These results have already had a considerable impact on present society. But since their one-sidedness and concomitant social ambivalence has not yet been clearly recognized, computer theory has, sociologically speaking, proved a limited boon but to a much greater degree a calamity.

We have characterized the holistic viewpoint of organism as one where everything seems to gravitate toward a center of self-referential integrative identity with its relative reconciliation of the opposites which produces a precariously balanced super-additive unity. We shall now describe the complementary aspect of living systems which reveals itself in the intrinsic dishomology of incompatible elements straining away from each other and drifting towards dissolution of the wholeness which the other aspect shows us. Both tendencies coexist in living systems and are equally characteristic of them. Their difference is closely related to the fact that each living system has an evolutionary as well

in der Kybernetik verwendet werden, zu groß ist. Dringend erforderlich ist eine *Algorithmisierung der Hermeneutik*. Solche Algorithmen würden in die Domäne der transzendentalen Logik fallen. Aber – obwohl die Kybernetik bisher die transzendente Logik völlig ignoriert hat – besteht die Ironie darin, dass sie bereitwillig ein schicksalhaftes Vorurteil angenommen hat, dem die Impulsgeber der transzendentalen Logik (Kant, Fichte und Hegel) huldigten. Es ist das scheinbar unerschütterliche Vorurteil, dass hermeneutische Prozesse überhaupt nicht formalisierbar sind.[5]

Leider können wir nicht die Forderung nach hermeneutischem Verständnis zusätzlich zum Faktenwissen erheben, ohne dass die dialektische Frage wieder auftaucht. Es muss verstanden werden, dass die Hermeneutik keinen Raum für ihre Interpretationstätigkeit hat, es sei denn, ein Problem wurde so formuliert, dass jeder Lösungsansatz uns dazu zwingt, gegenseitig inkompatible, aber streng komplementäre Theorien zu entwickeln.

Eine dialektische Theorie des Organismus, die auf dem Prinzip der konzeptionellen Komplementarität beruht, ist noch nicht entwickelt. Wir haben darauf hingewiesen, dass die Kybernetik bisher ein völlig einseitiges, nicht-dialektisches Konzept des Organismus favorisiert hat, das bemerkenswerte, aber ebenso einseitige Ergebnisse erzielt. Diese Ergebnisse haben bereits erhebliche Auswirkungen auf die heutige Gesellschaft gehabt. Da ihre Einseitigkeit und die damit einhergehende soziale Ambivalenz jedoch noch nicht klar erkannt wurde, hat sich die Computertheorie, soziologisch gesehen, als begrenzter Segen erwiesen, aber in viel stärkerem Maße als Katastrophe.

Wir haben die ganzheitliche Sichtweise des Organismus als eine charakterisiert, bei der alles auf ein Zentrum der selbstreferentiellen integrativen Identität mit ihrer relativen Versöhnung der Gegensätze hinzuwirken scheint, die eine prekär ausgewogene superadditive Einheit hervorbringt. Wir werden nun den komplementären Aspekt der lebenden Systeme beschreiben, der sich in der intrinsischen Dis-Homologie der inkompatiblen Elemente offenbart, die sich voneinander entfernen und zur Auflösung der Ganzheit treiben, die uns der andere Aspekt zeigt. Beide Tendenzen koexistieren in lebenden Systemen und sind für sie gleichermaßen charakteristisch. Ihr Unterschied hängt eng mit der Tatsache zusammen, dass

⁵ This boils down to the age-old prejudice that dialectics are incapable of formalization. For its refutation see Reinhold Baer, "Hegel und die Mathematik," Transactions of the II. Hegel-Congress, October 18-21, Berlin 1931 (Mohr, Tübingen, 1932), pp. 104 ss. and G. Gunther, "Das Problem einer Formalisierung der transzendental- dialektischen Logik," Hegel-Studien, Beiheft I (H. Bouvier & Co., Bonn, 1963), pp. 65-123.

as an emanative history.

So far cybernetics has looked on living systems overwhelmingly from the viewpoint of evolution and, seen from here, the development of these systems seems – as we pointed out – to tend toward higher and higher integrated forms of unity and wholeness, implementing the principle of a "transcendental" superadditivity. On the other hand, if we look at the phenomenon Life as: a result of emanation, exactly the opposite type of properties seems to govern the development. Emanatively speaking, the development of systems of higher and higher organic complexity seems to accentuate a tendency towards internal disunity and disintegration. Seen from here the development seems to, be guided by a principle which we might call that of super-subtractivity. In the decay of a dying system more is lost than the sum of its parts. Moreover, organic systems incorporating an unusually high complexity are capable of an intensity of dissension and disharmony which cannot possibly develop in systems of lower organization, because there is in the latter not sufficient structural richness to entertain such a pitch of dissonance and incongruity as may originate in highly complex systems with intricate mediative functions which are subject to failure. The richer a structure the more it displays incompatible properties which not only resist unification, but positively favor, by the ever-increasing amplitude of their negations, the disjointive character of the system. In other words, the stronger the trend toward super-additivity, the stronger the complementary trend towards a "super-subtractivity." This second tendency is dominated by a universal structural property which does not occur explicitly in one- or two-valued systems, but makes its entrance at once when we proceed to the most elementary form of trans-classic systems which possess three values.

This author has pointed out in a former publication^[6] that all logical values in a three-valued system arrange themselves in a dichotomy of acceptance and rejection values. The acceptance values, of course, enforce through their activity the holistic tendencies of the system. The rejection values, on

jedes lebende System sowohl eine evolutionäre als auch eine emanative Geschichte hat.

Bisher hat die Kybernetik die lebenden Systeme überwiegend aus evolutionärer Sicht angesehen, und von hier aus betrachtet scheint die Entwicklung dieser Systeme – wie wir betont haben – zu höheren und höher integrierten Formen der Einheit und Ganzheit zu tendieren, indem sie das Prinzip einer "transzendentalen" Superadditivität umsetzt. Auf der anderen Seite, wenn wir das Phänomen Leben als ein Ergebnis der Emanation betrachten, scheint genau die entgegengesetzte Art von Eigenschaften die Entwicklung zu bestimmen. Emanativ gesehen scheint die Entwicklung von Systemen höherer und höherer organischer Komplexität eine Tendenz zu innerer Uneinigkeit und Desintegration zu verstärken. Von hier aus betrachtet scheint die Entwicklung von einem Prinzip geleitet zu sein, das wir als Super-Subtraktivität bezeichnen könnten. Im Zerfall eines verendenden Systems geht mehr verloren als die Summe seiner Teile. Darüber hinaus sind organische Systeme, die eine ungewöhnlich hohe Komplexität aufweisen, zu einer Intensität von Zwietracht und Disharmonie fähig, die sich unmöglich in Systemen niedrigerer Organisation entwickeln kann, weil es in letzteren keinen ausreichenden strukturellen Reichtum gibt, um eine Dissonanz und Diskongruenz zu unterhalten, die ihren Ursprung in hochkomplexen Systemen mit komplizierten mediativen Funktionen hat, die einem Ausfall unterliegen können. Je reicher eine Struktur ist, desto mehr zeigt sie inkompatible Eigenschaften, die nicht nur der Vereinheitlichung widerstehen, sondern durch die immer größer werdende Amplitude ihrer Negationen den disjunkturellen Charakter des Systems positiv begünstigen. Mit anderen Worten: Je stärker der Trend zur Superadditivität, desto stärker der komplementäre Trend zur "Super-Subtraktivität". Diese zweite Tendenz wird von einer universellen Struktureigenschaft dominiert, die nicht explizit in ein oder zweiwertigen Systemen vorkommt, sondern sofort Einzug hält, wenn wir zur elementarsten Form der transklassischen Systeme übergehen, die drei Werte besitzen.

Der Autor hat in einer früheren Veröffentlichung[6] darauf hingewiesen, dass sich alle logischen Werte in einem dreiwertigen System in einer Dichotomie von Akzeptanz- und Rejektionswerten anordnen. Die Akzeptanzwerte erzwingen natürlich durch ihre Bedeutung die ganzheitlichen Tendenzen des Systems. Die Rejektionswerte arbeiten dagegen in umgekehrter Richtung. Ihre

⁶ G. Günther, "Cybernetic Ontology and Transjunctional Operations", Self-Organizing Systems 1962 (Spartan Books, Washington, D.C., 1962), pp. 313-392.

the other hand, work in the opposite direction. Their activity tries to pull the system apart. But the rejection values are only comparatively weak symptoms of a deeper structural feature that we have christened in Part II with the name of "discontextuality". What we mean by this term is explained in Part II by the effect discontextuality exerts on one of the simplest structural phenomena we know, namely the unilinear sequence of natural numbers. We shall notice that discontextuality dissolves the conceptual unity of any given natural number. It infuses into the general concept of natural numerosity a dialectic ambiguity. This brings us into conflict with the traditional logical theory of natural numbers where a number is considered a predicate of a predicate in the extended predicate calculus of classic logic.

The logical ambiguity and amphibology of natural numbers raises an interesting issue about the future development of mathematics with regard to its application to cybernetics. How far – we must ask – are the present mathematical theories geared toward furthering the viewpoint of holism? And what should be done to make mathematics a tool for effective investigation of the phenomenon of discontextuality? One thing is certain: Our traditional mathematical theories and practical procedures are basically derived from the duumvirate of one-valued ontology and two-valued logic. It is highly significant that the theory of many-valued ontologies which is an unavoidable consequence of discontextuality is not even mentioned in the foundation theory of mathematics. The use of many-valued logic is mostly declined because – so it is argued – it leads to unresolvable logical difficulties.

It is not yet recognized that difficulties engendered by many-valuedness of formal logic are the safest indications that we have finally arrived at the point where the dialectic structure of modern science emerges. It is characteristic for the traditional monistic and strictly non-dialectic tendency of science that these difficulties are merely evaluated as subjective errors of thinking and taken as a signal for retreat from established classic methods. During the last decades enormous efforts were made to remove such difficulties in the interest of a philosophic holism which aims at mapping the Universe as a sys-

tem. Die Bedeutung führt zu einem Auseinanderdriften. Die Rejektionswerte sind aber nur vergleichsweise schwache Symptome eines tieferen Strukturmerkmals, das wir in Teil II mit dem Namen "Diskontextualität" benannt haben. Was wir mit diesem Begriff meinen, wird in Teil II durch den Effekt erklärt, den die Diskontextualität auf eines der einfachsten Strukturphänomene ausübt, die wir kennen, nämlich die unilineare Sequenz natürlicher Zahlen. Wir werden feststellen, dass Diskontextualität die begriffliche Einheit einer gegebenen natürlichen Zahl auflöst. Es fügt in das allgemeine Konzept der natürlichen Numerosität eine dialektische Zweideutigkeit ein. Dies bringt uns in Konflikt mit der traditionellen logischen Theorie der natürlichen Zahlen, bei der eine Zahl als Prädikat eines Prädikats im erweiterten Prädikatskalkül der klassischen Logik betrachtet wird.

Die logische Zweideutigkeit und Amphibologie der natürlichen Zahlen wirft ein interessantes Thema über die zukünftige Entwicklung der Mathematik im Hinblick auf ihre Anwendung auf die Kybernetik auf. Inwieweit – das müssen wir uns fragen – sind die gegenwärtigen mathematischen Theorien darauf ausgerichtet, die Sichtweise des Holismus zu fördern? Und was sollte getan werden, um die Mathematik zu einem Werkzeug für eine effektive Untersuchung des Phänomens der Diskontextualität zu machen? Eines ist sicher: Unsere traditionellen mathematischen Theorien und praktischen Vorgehensweisen leiten sich im Wesentlichen aus dem Duumvirat einer einwertigen Ontologie und einer zweiwertigen Logik ab. Es ist sehr bedeutsam, dass die Theorie vieler mehrwertiger Ontologien, die eine unvermeidliche Folge der Diskontextualität ist, in der Grundlagenlehre der Mathematik nicht einmal erwähnt wird. Die Verwendung einer mehrwertigen Logik wird meist abgelehnt, weil sie – so wird argumentiert – zu unlösbaren logischen Schwierigkeiten führt.

Es ist noch nicht erkannt worden, dass die Probleme, die durch die Mehrwertigkeit/Mehrstelligkeit der formalen Logik hervorgerufen werden, die sichersten Anzeichen dafür sind, dass wir letztendlich an dem Punkt angelangt sind, an dem die dialektischen Strukturen in den modernen Wissenschaften hervortreten. Kennzeichnend für die traditionelle monistische und streng nicht-dialektische Tendenz der Wissenschaft ist, dass diese Schwierigkeiten lediglich als subjektive Denkfehler bewertet und als Signal für den Rückzug von etablierten klassischen Methoden aufgefasst werden. In den letzten Jahrzehnten wurden enorme Anstrengungen unternommen, um solche Schwierigkeiten im Interesse eines philosophischen Holismus zu beseitigen, der darauf abzielt, das Univer-

tem of total consistency within the contextuality of one-valued Being. On the other hand, it is also a well-known fact that *all efforts to construct a scientific theory which views our Universe as an unbroken context of one-valued objective existence have failed*. But let us say that such efforts have not failed because our subjective technique of reasoning was faulty (as is generally assumed); they have failed – even if impeccable reasoning was applied – because the Universe we live in does not present itself to us as an unbroken context of objective existence. It was not recognized that the emergence of unavoidable contradictions, antinomies and paradoxes in logic as well as in mathematics was not the negative symptom of a subjective failure but a positive index that our logical and mathematical reasoning had entered a new theoretical dimension with novel laws for which the classic tradition of human rationality – although impeccable in itself – provided hardly any antecedents. Contra-classic historical antecedents beholden to this mysterious dimension were available, but they belonged within the history of the human mind into the dubious and slightly disreputable side-show where Pythagorean mystical number speculations, gnosticism, the arithmetical games of the Kabbalah and Lullianism eked out their neglected and scurrilous existence. It was Schelling who made a valiant attempt to rehabilitate this tradition in which especially the paradoxes were well at home. Schelling did not succeed – in fact, he acquired only for himself a doubtful reputation. What his opponents did not see was that one had to make a distinction between a legitimate thought and its sometimes doubtful method of application. There can be no doubt that the whole success of exact Western Science was due to the fact that, since the times of the Greeks, a most rigorous process of eliminating and discarding highly legitimate problems was going on. Only such problems were selected for investigation for which suitable means could be found to treat them in a controllable and rational manner – derived from the principles of classic logic.

Book M of Aristotle's *Metaphysics* is an excellent example of how questions were eliminated from number theory for which there could be no intelligent answer expected on the level of classic tradition. No wonder the discarded questions and prob-

sum als ein System der totalen Konsistenz innerhalb der Kontextualität eines einwertigen Seins abzubilden. Andererseits ist es aber auch eine bekannte Tatsache, dass *alle Bemühungen, eine wissenschaftliche Theorie zu konstruieren, die unser Universum als einen ungebrochenen Kontext einer einwertigen objektiven Existenz betrachtet, gescheitert sind*. Aber es sei betont, dass solche Bemühungen nicht etwa gescheitert sind, weil unsere subjektive Technik der Argumentation fehlerhaft war (wie allgemein angenommen wird); sie sind gescheitert – selbst wenn gute Argumente angeführt wurden – weil das Universum, in dem wir leben, sich uns nicht als ungebrochener Kontext objektiver Existenz präsentiert. Es wurde nicht erkannt, dass die Entstehung unvermeidbarer Widersprüche, Antinomien und Paradoxien in der Logik wie auch in der Mathematik nicht das negative Symptom eines subjektiven Versagens ist, sondern ein positiver Index, der zeigt, dass unsere logische und mathematische Argumentation in eine neue theoretische Dimension mit neuartigen Gesetzen eingetreten war, für die die klassische Tradition der menschlichen Rationalität – wenn auch in sich tadellos – kaum Vorläufer lieferte. Kontraklassische historische Vorläufer, die dieser geheimnisvollen Dimension verpflichtet waren, standen zur Verfügung, aber sie gehörten innerhalb der Geschichte des menschlichen Verstandes in den zweifelhaften und leicht verrufenen Nebenschauplatz, wo pythagoräische mystische Zahlenspekulationen, Gnostizismus, die arithmetischen Spiele der Kabbala und der Lullianismus ihr vernachlässigtes und skurriles Dasein hervorriefen. Es war Schelling, der einen mutigen Versuch unternahm, diese Tradition zu rehabilitieren, in der vor allem die Paradoxien zu Hause waren. Schelling ist es nicht gelungen – tatsächlich hat er sich nur für sich selbst einen zweifelhaften Ruf erworben. Was seine Gegner nicht sahen, war, dass man zwischen einem legitimen Gedanken und seiner manchmal zweifelhaften Art der Anwendung unterscheiden musste. Es kann kein Zweifel daran bestehen, dass der ganze Erfolg der exakten westlichen Wissenschaft auf die Tatsache zurückzuführen ist, dass seit den Zeiten der Griechen ein äußerst rigoroser Prozess der Beseitigung und Ablehnung höchst legitimer Probleme im Gange war. Nur solche Probleme wurden für die Untersuchung ausgewählt, für die geeignete Mittel gefunden werden konnten, um sie – abgeleitet von den Prinzipien der klassischen Logik – beherrschbar und rational zu behandeln.

Das Buch M von Aristoteles Metaphysik ist ein ausgezeichnetes Beispiel dafür, wie Fragen aus der Zahlentheorie eliminiert wurden, für die es keine intelligente Antwort auf der Ebene der klassischen Tradition geben

lems degenerated in the course of history and were discussed in a manner which removed them farther and farther from the grasp of responsible science. But let us repeat: Their original banishment is in no way prejudicial to their seriousness, depth, and validity. One of the most important of the problems involved was the Pythagorean conception of an *Arithmetica Universalis* as Helmut Hasse has called it. By this term he meant the idea of a complete arithmetization of ontology all the way down to the individual object. The guiding idea of the Pythagoreans was that if any two things relate to each other in the manner of numbers, then they are themselves numbers in an ontological disguise. The idea of the *Arithmetica Universalis* was quickly discarded, because the scientific tradition founded by the Greeks implied that scientific reasoning was only entitled to interpret a Universe from which all traces of subjectivity had been removed. On the other hand, it was entirely impossible to deal with the problem of an *Arithmetica Universalis* without raising the question: What is the difference between a subjectless Universe and a Universe which harbors subjectivity?

But the difference between a subjectless Universe of straight objective contextuality and a Universe animated by subjectivity is, on the greatest scale, equivalent to the distinction between the holistic and the discontextualistic viewpoint which we derive from the idea of organism. A modern novelist (Franz Werfel) lets one of the figures in a utopian novel answer the question: What is the shape of the Universe? The terse reply is "The whole has the shape of Man."^[7] The universe Werfel's questioner referred to is undoubtedly the Universe gifted with subjectivity of which the complex organism is a structural replica. This Universe was *not* the object of theoretical science as the Greeks conceived it and handed down to us. Their enormous instinct for abstract theory made them aware that initial scientific progress could only be achieved if the object of investigation was sufficiently simplified to satisfy very elementary and basic methods of research. This led them to *the ontological reduction from the animated Universe to the subjectless concept of Reality*. Such reduction permitted them to retain as an ulti-

konnte. Kein Wunder, dass die verworfenen Fragen und Probleme im Laufe der Geschichte degenerierten und in einer Art und Weise diskutiert wurden, die sie immer weiter aus dem Griff der verantwortungsbewussten Wissenschaft entfernte. Aber lassen Sie uns wiederholen: Ihre ursprüngliche Verbannung beeinträchtigt in keiner Weise ihre Ernsthaftigkeit, Tiefe und Gültigkeit. Eines der wichtigsten Probleme war die pythagoräische Konzeption einer *Arithmetica Universalis*, wie Helmut Hasse sie nannte. Mit diesem Begriff meinte er die Idee einer vollständigen Arithmetik der Ontologie bis hinunter zum einzelnen Objekt. Die Leitidee der Pythagoräer war, dass, wenn zwei Dinge in der Art von Zahlen zueinander in Beziehung stehen, sie selbst Zahlen in ontologischer Verkleidung sind. Die Idee der *Arithmetica Universalis* wurde schnell verworfen, denn die von den Griechen begründete wissenschaftliche Tradition implizierte, dass die wissenschaftliche Argumentation nur berechtigt war, ein Universum zu interpretieren, aus dem alle Spuren der Subjektivität entfernt worden waren. Andererseits war es völlig unmöglich, sich mit dem Problem der *Arithmetica Universalis* auseinanderzusetzen, ohne die Frage zu stellen: Was ist der Unterschied zwischen einem subjektlosen Universum und einem Universum, das Subjektivität beherbergt?

Aber der Unterschied zwischen einem subjektlosen Universum geradliniger objektiver Kontextualität und einem von Subjektivität belebten Universum entspricht im weitesten Sinne der Unterscheidung zwischen der ganzheitlichen und diskontextualistischen Sichtweise, die wir aus der Idee des Organismus ableiten. Ein moderner Autor (Franz Werfel) lässt eine der Figuren eines utopischen Romans die Frage beantworten: Was ist die Form des Universums? Die knappe Antwort lautet: "Das Ganze hat die Gestalt des Menschen."^[7] Der von Werfel erwähnte Fragesteller des Universums ist zweifellos das mit Subjektivität begabte Universum, dessen komplexer Organismus eine strukturelle Nachbildung ist. Dieses Universum war nicht Gegenstand der theoretischen Wissenschaft, wie die Griechen es sich vorgestellt und uns überliefert haben. Ihr enormes Gespür für abstrakte Theorie machte ihnen bewusst, dass erste wissenschaftliche Fortschritte nur dann erzielt werden können, wenn der Untersuchungsgegenstand hinreichend vereinfacht wird, um sehr elementare und grundlegende Forschungsmethoden zu befriedigen. Dies führte sie zur *ontologischen Reduktion vom belebten Universum zum subjektlosen Realitätsbegriff*. Eine solche Reduktion erlaubte es ihnen, die ganzheitliche Sichtweise als ultimative meta-

⁷ Franz Werfel, "The Star of the Unborn" (Viking Press, New York, 1946).

mate metaphysical perspective the holistic viewpoint by postulating the total unity of the primordial substratum, but forced them to exclude the anti-holistic viewpoint of discontextualism, from ontology. The latter viewpoint was implied in the philosophy of Heraclitus, a philosophy that significantly exerted no lasting influence on the evolution of scientific methods.

By performing their ontological reduction, focusing on holism, but discarding all motive of discontextuality in their metaphysics, the Greeks avoided the difficult confrontation between formal logic and mathematics on one side and the theory of dialectics on the other. It should be added that we moderns have followed faithfully this Greek tradition up to the present day. On the side of philosophy a first attempt to defect from the Greek tradition was made in Kant's *Critique of Pure Reason*, especially in his doctrine of Transcendental Dialectics. Fichte, Hegel, and Schelling followed in his path, but mathematics and empirical sciences have up to now avoided the issue completely. Their methodical ideal is still the radical objectivization of their subject-matter.

However, since the advent of cybernetics it has become impossible to dodge the problem of subjectivity any longer. And since cybernetics cannot progress without the proper mathematical tools, mathematical foundation theory is confronted with the demand to forge new instruments capable of dealing with the peculiar properties of self-referential systems. This calls for a revision of the traditional logical and ontological basis of mathematics. The mathematics of our day still starts from the assumption of neo-Platonic henism and its vulgar derivative, called monism. But henism leads inevitably to holism. It follows that our present mathematical reasoning is not yet geared to the idea of a Universe which reveals itself to us only as a dialectic union of holism and discontextualism. It has been said before that such dialectic union demands a specific logic and concomitant arithmetic to deal with the contradictory, but also complementary, aspects which the appearance of Life in a physical Universe displays.

On the one hand, living systems must be considered as contexts of objectivity infused with a subjectivity that is progressively objectivizable. On the other

physische Perspektive beizubehalten, indem sie die totale Einheit des primordialen Substrates postulierten, zwang sie aber, den anti-holistischen Standpunkt des Diskontextualismus von der Ontologie auszuschließen. Die letztgenannte Sichtweise wurde in der Philosophie des Heraklit impliziert, einer Philosophie, die die Evolution wissenschaftlicher Methoden nicht nachhaltig beeinflusste.

Indem die Griechen ihre ontologische Reduktion durchführten und sich auf den Holismus konzentrierten, aber in ihrer Metaphysik alle Motive der Diskontextualität verwarfen, vermieden sie die schwierige Konfrontation zwischen formaler Logik und Mathematik auf der einen Seite und der Theorie der Dialektik auf der anderen Seite. Hinzuzufügen ist, dass wir, die Modernen, dieser griechischen Tradition bis heute treu geblieben sind. Auf der Seite der Philosophie wurde in Kants Kritik der reinen Vernunft ein erster Versuch unternommen, sich von der griechischen Tradition zu lösen, insbesondere in seiner Doktrin der transzendentalen Dialektik. Fichte, Hegel und Schelling folgten ihm auf seinem Weg, aber die Mathematik und die empirischen Wissenschaften haben das Thema bisher gänzlich vermieden. Ihr methodisches Ideal ist nach wie vor die radikale Objektivierung ihrer Thematik.

Seit dem Aufkommen der Kybernetik ist es jedoch nicht mehr möglich, dem Problem der Subjektivität auszuweichen. Und da die Kybernetik ohne die richtigen mathematischen Werkzeuge nicht vorankommen kann, wird die mathematische Grundlagenlehre mit der Forderung konfrontiert, neue Instrumente zu schmieden, die in der Lage sind, mit den besonderen Eigenschaften selbstreferentieller Systeme umzugehen. Dies erfordert eine Überarbeitung der traditionellen logischen und ontologischen Grundlagen der Mathematik. Die Mathematik unserer Tage geht noch immer von der Annahme des neoplatonischen Henismus und seiner vulgären Ableitung, dem Monismus, aus. Aber der Henismus führt unweigerlich zum Holismus. Daraus folgt, dass unsere gegenwärtige mathematische Argumentation noch nicht auf die Idee eines Universums ausgerichtet ist, das sich uns nur als dialektische Vereinigung von Holismus und Diskontextualismus offenbart. Es wurde bereits gesagt, dass eine solche dialektische Vereinigung eine spezifische Logik und eine begleitende Arithmetik erfordert, um mit den widersprüchlichen, aber auch komplementären Aspekten umzugehen, die das Erscheinen des Lebens in einem physischen Universum zeigt.

Auf der einen Seite müssen lebende Systeme als Kontexte der Objektivität betrachtet werden, die von einer Sub-

hand, living systems must also be regarded as contexts of subjectivity which have been generated by a gradual subjectivization of the natural objects. The difficulty is that both processes are not exactly inverse to each other. A subtle asymmetry is involved. Thus the confluence of the objectivization of the subject and the subjectivization of the object produces intricate structures which are nowadays not even remotely understood because we have not yet developed any mathematical tools for a progressive formalization of dialectic logic. These tools are so far missing because we do not yet possess a dialectic theory of natural numbers.

A first attempt to dialectically analyze the concept of natural numbers was made by Plato. But since it ran counter to the general trend of Greek science the problem was practically forgotten till modern times when mathematics was confronted with the problem of many-valued logic. But even now very little progress has been made because there is no general agreement about what many-valued logic really is. In fact, two concepts of many-valued logic exist side by side: In 1921 Emil L. Post introduced a triadic classification of "positive", "negative", and "mixed" for the traditional functions of two-valued logic. In other words: Any additional values are here considered as "mixtures" of positive and negative. This means that the original ontological conception of two-valuedness is retained and any additional values are only second-order derivatives from the two classical values. But there exists also (without giving up the theory of "mixed" values) the possibility of interpreting any additional values which are added to positive and negative as *different in kind* and not derived from a mingling of positive and negative. In the first case a theory of many-valuedness results that is symmetrical but not completely formalizable. *Any radical formalization of it makes the original two-valuedness reappear.* The second interpretation of many-valuedness leads to an asymmetrical system where radical formalization does not mean retrogression to two-valuedness. If we introduce Post's concept of many-valuedness, there is no need for a revision of the classic ontological foundation of mathematics; no problem of dialectics is involved. On the other hand, if we confront mathematics with the second interpretation of

jektivität durchdrungen sind, die nach und nach objektivierbar ist. Andererseits sind lebende Systeme auch als Subjektivitätskontexte zu betrachten, die durch eine allmähliche Subjektivierung der natürlichen Objekte erzeugt wurden. Die Schwierigkeit besteht darin, dass beide Prozesse nicht genau umgekehrt sind. Es handelt sich um eine subtile Asymmetrie. So ergeben sich aus dem Zusammentreffen der Objektivierung des Subjekts und der Subjektivierung des Objekts komplizierte Strukturen, die heute noch nicht einmal im Entferntesten verstanden werden, weil wir noch keine mathematischen Werkzeuge für eine fortschreitende Formalisierung der dialektischen Logik entwickelt haben. Diese Werkzeuge fehlen bisher, weil wir noch keine dialektische Theorie der natürlichen Zahlen besitzen.

Ein erster Versuch, das Konzept der natürlichen Zahlen dialektisch zu analysieren, wurde von Platon unternommen. Aber da es gegen den allgemeinen Trend der griechischen Wissenschaft lief, wurde das Problem praktisch vergessen bis in die Neuzeit, als die Mathematik mit dem Problem der mehrwertigen Logik konfrontiert wurde. Aber selbst jetzt sind nur sehr wenige Fortschritte erzielt worden, weil es keine allgemeine Übereinstimmung darüber gibt, was eine mehrwertige Logik wirklich ist. Tatsächlich existieren zwei Konzepte einer mehrwertigen Logik nebeneinander: Im Jahr 1921 führte Emil L. Post eine triadische Klassifikation von "positiv", "negativ" und "gemischt" für die traditionellen Funktionen der zweiwertigen Logik ein. Mit anderen Worten: Alle zusätzlichen Werte werden hier als "Mischungen" aus Positiv und Negativ betrachtet. Das bedeutet, dass die ursprüngliche ontologische Konzeption der Zweiwertigkeit beibehalten wird und etwaige Zusatzwerte nur Derivate zweiter Ordnung aus den beiden klassischen Werten sind. Es besteht aber auch (ohne die Theorie der "gemischten" Werte aufzugeben) die Möglichkeit, alle zusätzlichen Werte, die zu Positiv und Negativ addiert werden, als unterschiedliche Art von Werten zu interpretieren und nicht aus einer Vermischung von Positiv und Negativ abzuleiten. Im ersten Fall ergibt sich eine Theorie der Mehrwertigkeit, die symmetrisch, aber nicht vollständig formalisierbar ist. *Jede radikale Formalisierung lässt die ursprüngliche Zweiwertigkeit wieder auftauchen.* Die zweite Interpretation der Mehrwertigkeit führt zu einem asymmetrischen System, in dem radikale Formalisierung nicht Rückschritt auf Zweiwertigkeit bedeutet. Wenn wir das Postsche Konzept von vielen Wertigkeiten einführen, ist eine Revision der klassischen ontologischen Grundlagen der Mathematik nicht notwendig; es handelt sich um kein Problem der Dialektik. Wenn wir auf der anderen Seite die Mathematik mit der zweiten Interpretation vieler Stellen- (oder Orts-) Werte

many-valuedness, we obtain an additional richness of ontologically interpretable structure which requires a new mapping; it is then reasonable to ask whether the theory of real numbers could be derived by an analog method from rational numbers and so on down the hierarchy of numerical types to the natural numbers at the bottom. What is still missing is the postulated connection between the rational and the real numbers. If this connection were found we would be entitled to say that all higher types of numbers are nothing else but very sophisticated aspects of natural numbers and their properties – properties derived from classic systems as well as from trans-classic ones.

As a reason for the difficulty of finding the missing link, the argument is usually given that, if we start discussing real numbers, we get involved with the problem of infinity. For this very reason it seems impossible to interpret the calculus of real numbers as a calculus with any *finite* sets of rational numbers. However, the argument – although correct as far as it goes – does not satisfy a logician who takes trans-classic systems into consideration, because so far *mathematical foundation theory has made no distinction between concepts of infinity, relating to a subjectless Universe and those relating to a universe endowed with the property of self-reference.* What is infinite *per se* in the first Universe may be treated as finite in the second. Seen from here, the otherwise divergent approaches to the theory of real numbers of Weierstrass and Cantor on one side and Dedekind on the other seem to be almost identical. In both approaches the set used for the definition of a real number must be infinite. But if one reads the relevant papers of Cantor as well as Dedekind's "Stetigkeit und irrationale Zahlen,"^[8] one cannot escape the impression that these famous mathematicians are only concerned with the behavior of numbers in a subjectless universe.

Part II tries to show how natural numbers behave in a Universe that embodies self-reference. However, there is a fundamental distinction between the idea of a self-referential universe as it was conceived in a former mythical philosophy of nature, as, for exam-

konfrontieren, erhalten wir einen zusätzlichen Reichtum an ontologisch interpretierbarer Struktur, die eine neue thematische Kartierung erfordert: Es ist dann sinnvoll zu fragen, ob die Theorie der reellen Zahlen durch eine analoge Methode aus den rationalen Zahlen abgeleitet werden könnte und so weiter die Hierarchie der numerischen Typen hinunter bis zu den natürlichen Zahlen an ihrem Ende. Was noch fehlt, ist die postulierte Verbindung zwischen den rationalen und den reellen Zahlen. Wenn dieser Zusammenhang gefunden würde, wären wir berechtigt zu sagen, dass alle höheren Typen von Zahlen nichts anderes sind als sehr anspruchsvolle Aspekte natürlicher Zahlen und ihrer Eigenschaften – Eigenschaften, die sowohl von klassischen Systemen als auch von transklassischen abgeleitet sind.

Als Grund für die Schwierigkeit, das fehlende Glied zu finden, wird gewöhnlich das Argument angeführt, dass wir uns, wenn wir anfangen, über reelle Zahlen zu diskutieren, mit dem Problem der Unendlichkeit befassen. Aus diesem Grund scheint es unmöglich zu sein, die Berechnung der reellen Zahlen als eine Berechnung mit beliebigen endlichen Mengen von rationalen Zahlen zu interpretieren. Allerdings befriedigt das Argument – wenn es auch richtig ist – keinen Logiker, der transklassische Systeme in Betracht zieht, denn *bisher hat die mathematische Grundlagenforschung keinen Unterschied gemacht zwischen Begriffen der Unendlichkeit, die sich auf ein subjektloses Universum beziehen, und solchen, die sich auf ein Universum beziehen, das mit der Eigenschaft der Selbstreferenz ausgestattet ist.* Was im ersten Universum an sich unendlich ist, kann im zweiten Universum als endlich angesehen werden. Von hier aus betrachtet scheinen die ansonsten divergierenden Ansätze zur Theorie der reellen Zahlen von Weierstrass und Cantor auf der einen Seite und Dedekind auf der anderen Seite nahezu identisch zu sein. In beiden Ansätzen muss die Menge, die für die Definition einer reellen Zahl verwendet wird, unendlich sein. Liest man jedoch die einschlägigen Schriften von Cantor sowie Dedekinds "Stetigkeit und irrationale Zahlen"[8], so kann man sich des Eindrucks nicht entziehen, dass es diesen berühmten Mathematikern nur um das Verhalten von Zahlen in einem subjektlosen Universum geht.

Teil II versucht zu zeigen, wie sich natürliche Zahlen in einem Universum verhalten, das Selbstrückbezug verkörpert. Grundsätzlich wird jedoch unterschieden zwischen der Idee eines selbstreferentiellen Universums,

⁸ See also Richard Dedekind, "Was sind und was sollen die Zahlen?" (Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1918, first edition 1886). The other paper (same publisher) appeared in 1872.

ple, in Fechner's "Weltseele," or, if we want to go back to the most ancient Scriptures of mankind, as in the saying of the Chāndogya Upanishad "Self is all this," and the idea of self-referentiality as we conceive it here. In the mystical philosophy of nature it was assumed that the universe was self-referential as a whole – because no distinction was made between auto-referentiality and self-referentiality. This led, if a living system was considered to be a (complete or incomplete) structural replica of the Universe, automatically to the holistic interpretation of an organism. In contra-distinction to this tradition we maintain, however, that, although the universe as a whole may be considered to be auto-referential, it can have the property of self-reference only in preferred ontological locations of suitably high complexity of structure. It is this distinction that has led us to the dialectical antithesis of holism and decontextualism with regard to the interpretation of living systems. In the evolutive striving towards Life, mechanisms developed more and more holistic aspects and followed a principle of superadditivity. But all Life is condemned to decay and Death, which shows up in the theory of structures as the property of decontextuality and a tendency toward super-subtractivity.

In the following Part II we have made a first tentative effort to lay a foundation for a theory of mathematics for living systems. However, owing to the external circumstances which dictated the composition of Part II, we have confined ourselves to the utilization of the decontextual and not the super-subtractive motive in discussing the behavior of natural numbers in trans-classic systems.

wie sie in einer früheren mythischen Naturphilosophie, wie z.B. in Fechners "Weltseele" oder, wenn wir auf die ältesten Schriften der Menschheit zurückgreifen wollen, wie im Spruch der Chāndogya Upanishad "Das Selbst ist all das" angesehen wurden und der Idee der Selbstreferenzialität, wie wir sie hier begreifen. In der mystischen Naturphilosophie wurde davon ausgegangen, dass das Universum als Ganzes selbstreferenziell sei – denn es wurde nicht zwischen Autoreferenzialität und Selbstreferenzialität unterschieden. Dies führte, wenn ein lebendes System als eine (vollständige oder unvollständige) strukturelle Nachbildung des Universums betrachtet wurde, automatisch zur ganzheitlichen Interpretation eines Organismus. Im Gegensatz zu dieser Tradition behaupten wir jedoch, dass, obwohl das Universum als Ganzes als autoreferenziell betrachtet werden kann, es die Eigenschaft der Selbstreferenz nur an bevorzugten ontologischen Orten mit entsprechend hoher Komplexität der Struktur haben kann. Es ist diese Unterscheidung, die uns zur dialektischen Antithese von Holismus und Diskontextualismus im Hinblick auf die Interpretation lebender Systeme geführt hat. Im evolutiven Streben nach Leben entwickelten Mechanismen immer mehr ganzheitliche Aspekte und folgten einem Prinzip der Superadditivität. Aber alles Leben ist zum Zerfall und zum Tode verurteilt, was sich in der Theorie der Strukturen als Eigenschaft von Diskontextualität und einer Tendenz zur Supersubtraktivität zeigt.

Im folgenden Teil II haben wir einen ersten Versuch unternommen, den Grundstein für eine Theorie der Mathematik für lebende Systeme zu legen. Aufgrund der äußeren Umstände, die die Zusammensetzung von Teil II diktiert haben, haben wir uns jedoch auf die Verwendung des diskontextualen und nicht des super subtraktiven Motivs beschränkt, um das Verhalten natürlicher Zahlen in transklassischen Systemen zu diskutieren.

Natural Numbers in Trans-Classic Systems

Part II

The Mapping of Natural Numbers onto Kenogrammatic Structures

In Lewis Carroll's profound fairy tale *Through the Looking Glass* there is a scene where Tweedledum and Tweedledee have led Alice to the Red King who is sleeping in the woods:

"He's dreaming now," said Tweedledee: "and what do you think he is dreaming about?"

"Alice said, 'Nobody can guess that.'

"'Why about you!'," Tweedledee exclaimed, clapping his hands triumphantly. 'And if he left off dreaming about you, where do you suppose you'd be ?

" 'Where I am now, of course,' said Alice.

" 'Not you!'," Tweedledee retorted contemptuously. 'You'd be nowhere. Why, You're only a sort of thing in his dream!'

" 'If that there king was to wake,' added Tweedledum, 'you'd go out-bangjust like a candle!'

" 'I shouldn't!'," Alice exclaimed indignantly. 'Besides, if I'm only a sort of thing in his dream, what are you, I should like to know?'

"'Ditto,' said Tweedledum.

" 'Ditto, ditto!'," cried Tweedledee.

"He shouted this so loud that Alice couldn't help saying 'Hush! You'll be waking him, I'm afraid, if you make so much noise.'

"'Well, it's no use *your* talking about waking him,' said Tweedledum, 'when you're only one of the things in his dream. You know very well you're not real.'"

Lewis Carroll is talking about one of the most ancient, most fundamental and most unsolved problems of Philosophy. It is the problem of the relation between Reality as a Prototype and its reappearance in the Image. The Image is an iteration of the Prototype; it repeats or maps the contextuality of the Prototype and, as a mere repetition, it is structurally identical with what it has mapped.

What distinguishes the Image from the Prototype and establishes logically their identities is their mutual discontextuality. No matter how loud the discourse between Alice and the Tweedle brothers may get, it will not wake the Red King, because the existence or mode of Reality of Alice and the Twins is discontextual with the physical body of the King

In Lewis Carrolls tiefgründigem Märchen *Through the Looking Glass* gibt es eine Szene, in der Tweedledum und Tweedledee Alice zum Roten König geführt haben, der im Wald schläft:

" 'He's dreaming now,' said Tweedledee: 'and what do you think he is dreaming about?'

"Alice said, 'Nobody can guess that.'

"'Why about you!'," Tweedledee exclaimed, clapping his hands triumphantly. 'And if he left off dreaming about you, where do you suppose you'd be ?

" 'Where I am now, of course,' said Alice.

" 'Not you!'," Tweedledee retorted contemptuously. 'You'd be nowhere. Why, You're only a sort of thing in his dream!'

" 'If that there king was to wake,' added Tweedledum, 'you'd go out-bangjust like a candle!'

" 'I shouldn't!'," Alice exclaimed indignantly. 'Besides, if I'm only a sort of thing in his dream, what are you, I should like to know?'

"'Ditto,' said Tweedledum.

" 'Ditto, ditto!'," cried Tweedledee.

"He shouted this so loud that Alice couldn't help saying 'Hush! You'll be waking him, I'm afraid, if you make so much noise.'

"'Well, it's no use *your* talking about waking him,' said Tweedledum, 'when you're only one of the things in his dream. You know very well you're not real.'"

Lewis Carroll spricht über eines der ältesten, grundlegendsten und ungelösten Probleme der Philosophie. Es ist das Problem der Beziehung zwischen der Realität als Urbild und ihrem Wiedererscheinen im Bild. Das Bild ist eine Iteration des Urbilds; es wiederholt oder kartiert die Kontextualität des Urbilds und ist als bloße Wiederholung strukturell identisch mit dem, was es kartiert hat.

Was das Bild vom Urbild unterscheidet und logisch ihre Identitäten begründet, ist ihre gegenseitige Diskontextualität. Egal, wie laut der Diskurs zwischen Alice und den Tweedle-Brüdern auch werden mag, er wird den Roten König nicht wecken, denn die Existenz oder der Modus der Realität von Alice und den Zwillingen ist unzusammenhängend mit dem physischen Körper des Königs, der vor ihnen im Gras liegt – oder zumindest zu liegen scheint. Die Kette von Ursache und Wirkung so-

who is – or seems at least – to be lying in front of them in the grass. The chain of cause and effect as well as that of logical reason and consequence always end within the limits of a given contextuality.

We shall equate the specific context of existence to which the body of the King belongs with an ontological locus and say that the body of the Red King occupies a different ontological locus from the one in which Alice – who has stepped through the looking glass – exists. What Tweedledum tries to explain to Alice is that the events occurring within a given contextuality will not carry over into a different one.

However, if neither the chain of cause and effect nor the linkage between reason and consequence will carry over from one ontological locus to another which belongs to a different contextuality, then any counting process will also be confined to the contextual limits within which it originates. In other words: for a trans-classic logic which derives from a plurality of ontologies and ontological loci there is not just one sequence of natural numbers. There are many such sequences, all obeying the so-called Peano axioms but separated from each other by their mutual discontextuality.

Our traditional scientific methods use a logic that is based on the contraposition of two ontological loci which refer to the metaphysical designations of Substance or Being on one side and Negativity or Nothingness on the other. Their discontextuality is obvious. No chain of events, started within the ontological locus of Being will carry over into and continue within Nothingness. The same goes, of course, for the process of counting. It is trivial to say that we shall stop counting if there is nothing to count. The point we intend to make here is that our original process of counting will also stop, if we switch over from one ontological locus to another and discover that there is something to count. This will always be the case, if the other ontological locus belongs to a different contextual domain which may combine two or more ontological loci. Such a crossover into a different contextuality would force us to start another sequence of natural numbers.

Since classic logic has at its disposal for objective descriptions of Reality only a single ontological locus, there will be no question of different contex-

wie die von logischer Vernunft und Konsequenz enden immer innerhalb der Grenzen einer gegebenen Kontextualität.

Wir werden den spezifischen Existenzkontext, zu dem der Körper des Königs gehört, mit einem ontologischen Ort gleichsetzen und sagen, dass der Körper des Roten Königs einen anderen ontologischen Ort einnimmt als derjenige, in dem Alice – die durch den Spiegel getreten ist – existiert. Was Tweedledum Alice zu erklären versucht, ist, dass die Ereignisse, die innerhalb einer gegebenen Kontextualität stattfinden, nicht in eine andere übergehen werden.

Wenn jedoch weder die Kette von Ursache und Wirkung noch die Verknüpfung von Vernunft und Konsequenz von einem ontologischen Ort auf einen anderen übertragen wird, der zu einer anderen Kontextualität gehört, dann ist jeder Zählvorgang auch auf die kontextuellen Grenzen beschränkt, innerhalb derer er entsteht. Mit anderen Worten: Für eine transklassische Logik, die sich aus einer Vielzahl von Ontologien und ontologischen Orten ableitet, gibt es nicht nur eine Sequenz von natürlichen Zahlen. Es gibt viele solcher Sequenzen, die alle den sogenannten Peano-Axiomen gehorchen, aber durch ihre gegenseitige Diskontextualität voneinander getrennt sind.

Unsere traditionellen wissenschaftlichen Methoden verwenden eine Logik, die auf der Gegenüberstellung von zwei ontologischen Orten basiert, die sich auf die metaphysischen Bezeichnungen von Substanz oder Sein auf der einen Seite und Negativität oder des Nichts auf der anderen Seite beziehen. Ihre Diskontextualität ist offensichtlich. Keine Kette von Ereignissen, die innerhalb des ontologischen Ortes des Seins beginnt, wird sich in das Nichts hinein fortsetzen. Das Gleiche gilt natürlich auch für den Prozess des Zählens. Es ist trivial zu sagen, dass wir mit dem Zählen aufhören werden, wenn es nichts zu zählen gibt. Der Punkt, auf den wir hier hinweisen wollen, ist, dass unser ursprünglicher Zählprozess ebenfalls zum Stillstand kommt, wenn wir von einem ontologischen Ort zum anderen wechseln und feststellen, dass es da etwas zu zählen gibt. Dies wird immer dann der Fall sein, wenn der andere ontologische Ort zu einer anderen kontextuellen Domäne gehört, die zwei oder mehr ontologische Orte miteinander verbinden kann. Ein solcher Übergang in eine andere Kontextualität würde uns zwingen, eine andere Sequenz natürlicher Zahlen zu beginnen.

Da der klassischen Logik für objektive Beschreibungen

turalities. Everything belongs to the same ontological context or it is just nothing. Being is one-valued – it just is. That is all there is to it. That our classic logic is two-valued is entirely due to the fact that it represents a mapping process. You may have something that is one-valued, but you cannot map something with one value. But it should not be forgotten that the second value plays only a supporting and assisting role. Ontologically speaking it designates nothing. One-valued Being is auto-referential. It refers to nothing outside its own contextuality. Simply because there is none. Auto-reference is reference between different elements belonging to the same ontological locus. It follows that a scientific world concept coupled with a two-valued mapping process is forced to exclude from scientific inquiry all such phenomena as do not belong to the contextuality of one-valued Being. On the other hand, it is evident that the very process of thought is hetero-referential. Thought refers to and maps something that is not Thought and that does not belong to Thought contextuality. The belief that Thought-context and objective Being are contextually identical is Magic. The magic formula of a sorcerer would have a physical effect only if formula and object belonged to the same ontological locus. But a formula is only a hetero-referential image of something that is and it partakes qua image in a different contextuality.

Unfortunately, we possess hetero-referentiality where the reference carries from one locus to another merely as a "subjective" vehicle for scientific inquiry. This vehicle is our traditional two-valued logic. We are not yet in possession of an ontology supporting a concept of Being where "Being" would not only refer to something that just is but to one that, at the same time, has an image, because it is capable of sustaining "objective" processes of hetero-reference. But if we talk about entities capable of hetero-referential actions we refer in fact to living systems and imply a trans-classic concept of Existence which can accommodate discontextuality. However, the integration of discontextual elements that characterizes living bodies does not exhaust itself in the simple distinction between Prototype and its hetero-referential Image (including the image-making process). The phenomenon fills more than two ontological loci. In fact, the number of on-

der Realität nur ein einziger ontologischer Ort zur Verfügung steht, ist von unterschiedlichen Kontextualitäten keine Rede. Alles gehört zum selben ontologischen Kontext oder es ist einfach nichts. Sein ist einwertig – es ist einfach. Das ist alles, was es dazu gibt. Dass unsere klassische Logik zweiwertig ist, liegt allein daran, dass sie einen Abbildungsprozess darstellt. Sie können etwas haben, das einwertig ist, aber Sie können nicht etwas mit einem Wert abbilden. Dabei darf nicht vergessen werden, dass der zweite Wert nur eine unterstützende Rolle spielt. Ontologisch gesehen bezeichnet er nichts. Ein einwertiges Sein ist auto-referentiell. Es bezieht sich auf nichts außerhalb der eigenen Kontextualität. Einfach, weil es keine gibt. Auto-Referenzialität ist die Referenz zwischen verschiedenen Elementen, die zum selben ontologischen Ort gehören. Daraus folgt, dass ein wissenschaftliches Weltkonzept in Verbindung mit einem zweiwertigen Kartierungsprozess gezwungen ist, alle Phänomene, die nicht zur Kontextualität des einwertigen Seins gehören, von der wissenschaftlichen Untersuchung ausgeschlossen sind. Auf der anderen Seite ist es offensichtlich, dass der eigentliche Denkprozess hetero-referenziell ist. Denken bezieht sich dabei auf etwas, das nicht der Prozess des Denkens ist und das nicht zur Kontextualität des Denkens gehört. Der Glaube, dass der Gedankenkontext und das objektive Sein kontextual identisch sind, ist reine Magie. Die Zauberformel eines Zauberers hätte nur dann eine physikalische Wirkung, wenn Formel und Objekt demselben ontologischen Ort angehören würden. Aber eine Formel ist nur ein hetero-referenzielles Bild von etwas, das ist und nimmt als Abbildung in einer anderen Kontextualität teil.

Leider verfügen wir über eine Hetero-Referentialität, bei der die Referenz lediglich als "subjektives" Vehikel für wissenschaftliche Untersuchungen von einem Ort zum anderen überbracht wird. Dieses Vehikel ist unsere traditionelle zweiwertige Logik. Wir sind noch nicht im Besitz einer Ontologie, die ein Konzept des Seins unterstützt, in dem sich "Sein" nicht nur auf etwas beziehen würde, das einfach ist, sondern auf etwas, das zugleich ein Bild hat, weil es in der Lage ist, "objektive" Prozesse der Hetero-Referenz aufrechtzuerhalten. Aber wenn wir von Entitäten sprechen, die zu hetero-referentiellen Handlungen fähig sind, beziehen wir uns in der Tat auf lebende Systeme und implizieren ein transklassisches Konzept der Existenz, das Diskontextualitäten aufnehmen kann. Die Integration diskontextualer Elemente, die lebende Systeme charakterisieren, erschöpft sich jedoch nicht in der einfachen Unterscheidung zwischen dem Prototyp und seinem hetero-referentiellen Abbild (einschließlich des Bildherstellungsprozesses). Das Phä-

tological loci involved in the existence and the activities of an organism is practically inexhaustible, and we can only point out that Time, e.g., requires its own ontological loci and so does Subjective Self-reference and also the juxtaposition of the I as the subjective ego and the Thou as its objective counterpart. We leave the question open as to how many ontological loci are required to establish all these separate contexturalities. That a contexturality is identical with a single ontological locus is true only for special cases of considerable simplicity. It is our contention that organisms encompass an indefinite number of ontological loci, and concomitant with this, different contexturalities. If we combine this assertion with the insight that a system of natural numbers is always confined to the specific contexturality within which it originates, then we will be forced to the conclusion that we need a special theory of natural numbers for the phenomenon of living matter. The issue does not exist in traditional two-valued mathematics because the latter has only one ontological theme, namely that of auto-referential Being. And the auto-referential sequence of natural numbers is defined by the well-known axioms of Peano. The key axiom is: no two numbers have the same successor. Wherever this axiom is valid we shall henceforth speak of a Peano sequence.

Since the structural properties of hetero- and self-reference can only be described in a trans-classic system of logic it will be necessary for a mathematical theory of living systems to map the natural numbers onto the basic logical elements of trans-classic logic. These elements, however, are not the values but the kenograms, i.e., empty places which merely indicate structure and which may or may not be occupied by values. Either a single or a collection of kenograms may represent an ontological locus. If an ontological locus coincides with a single kenogram we shall say that the resulting system has auto-referential contexturality. No two ontological loci may have the same number of kenograms. The supply of kenograms is infinite and, for the purpose of mapping numbers onto them, they may be composed in sequences of any required length. This affords us two choices of composing kenogrammatic sequences: we may either repeat a single kenogram until the predetermined length of a

nomen benötigt mehr als nur zwei ontologische Orte. Tatsächlich ist die Zahl der ontologischen Orte, die an der Existenz und den Aktivitäten eines Organismus beteiligt sind, praktisch unerschöpflich und wir können nur darauf hinweisen, dass die Zeit z.B. ihre eigenen ontologischen Orte benötigt, ebenso wie die subjektive Selbstreferenz und auch die Juxtaposition des Ich als subjektives Ich und des Du als objektives Gegenstück. Wir lassen die Frage offen, wie viele ontologische Orte notwendig sind, um all diese unterschiedlichen Kontexturalitäten zu etablieren. Dass eine Kontexturalität mit einem einzigen ontologischen Ort identisch ist, gilt nur für Sonderfälle von erheblicher Einfachheit. Es ist unsere Behauptung, dass Organismen eine unbestimmte Anzahl ontologischer Orte umfassen und damit einhergehend unterschiedliche Kontexturalitäten. Wenn wir diese Behauptung mit der Einsicht verbinden, dass ein System natürlicher Zahlen immer auf die spezifische Kontexturalität beschränkt ist, in der es entsteht, dann werden wir zu der Schlussfolgerung gezwungen, dass wir eine spezielle Theorie natürlicher Zahlen für das Phänomen der lebenden Materie brauchen. Das Problem existiert nicht in der traditionellen zweiwertigen Mathematik, weil letztere nur ein ontologisches Thema hat, nämlich das des autoreferenziellen Seins. Und die autoreferenzielle Sequenz natürlicher Zahlen wird durch die bekannten Axiome von Peano definiert. Das Schlüsselaxiom ist: Keine zwei Zahlen haben den gleichen Nachfolger. Wo immer dieses Axiom gültig ist, werden wir von nun an von einer Peano-Sequenz sprechen.

Da die strukturellen Eigenschaften von Hetero- und Selbstreferenz nur in einem transklassischen Logiksystem beschrieben werden können, wird es für eine mathematische Theorie lebender Systeme notwendig sein, die natürlichen Zahlen auf die grundlegenden logischen Elemente der transklassischen Logik abzubilden. Diese Elemente sind jedoch nicht die Werte, sondern die Kenogramme, d.h. leere Stellen, die lediglich Struktur anzeigen und die mit Werten belegt sein können oder auch nicht. Entweder ein einzelnes oder eine Ansammlung von Kenogrammen kann einen ontologischen Ort repräsentieren. Wenn ein ontologischer Ort mit einem einzelnen Kenogramm übereinstimmt, werden wir sagen, dass das resultierende System über eine autoreferenzielle Kontexturalität verfügt. Keiner der beiden ontologischen Orte darf die gleiche Anzahl von Kenogrammen haben. Das Angebot an Kenogrammen ist endlos und zum Zweck der Abbildung von Zahlen auf sie können sie in Sequenzen beliebiger Länge zusammengestellt werden. Dies bietet uns zwei Möglichkeiten, kenogrammatrische Sequenzen zu komponieren: Wir können entweder ein

sequence is reached, or we may fill the sequence with kenograms of different shapes. (We shall use as symbols for kenograms the small letters of the Latin alphabet.) Kenogrammatic sequences of constantly increasing length, added vertically to each other, and those of equal length, joined horizontally, form what shall be called a kenogrammatic structure which can appear in three degrees of differentiation. We shall call them

- proto-structure
- deutero-structure
- trito-structure

einzelnes Kenogramm wiederholen, bis die vorgegebene Länge einer Sequenz erreicht ist oder wir können die Sequenz mit Kenogrammen verschiedener Formen füllen. (Wir werden die kleinen Buchstaben des lateinischen Alphabets als Symbole für Kenogramme verwenden. Kenogrammatische Sequenzen mit ständig zunehmender Länge, die vertikal zueinander addiert werden und solche gleicher Länge, die horizontal verbunden sind, bilden eine so genannte kenogrammatische Struktur, die in drei Differenzierungsgraden auftreten kann. Wir nennen sie

- Proto-Struktur
- Deutero-Struktur
- Trito-Struktur

Table 1

Kenogrammatic Structure

Proto-	Deutero-	Trito-Structure
a	a	a
a a	a a	a a <u>classic</u>
a b	a b	a b
a a a	a a a	a a a a a
a b b	a b b	a a b b b
a b c	a b c	a b a b c
a a a a	a a a a	a a a a a a a a a a
a b b b	a b a b b	a a a a a b b b b b b b b b b
a b c c	a b b c c	a a b b b a a a b b b c c c c c
a b c d	a b b c d	a b a b b c a b c a b b c a b c d
a a a a a	a a a a a a a	a a a a a a
a b b b b	a b a b b b b	a a a a a 52 b
a b c c c	a b b c b c c	a a a a a c
a b c d d	a b b c c d d	a a b b b morphograms d
a b c d e	a b b c c d e	a b a b c e
a a a a a a	a a a a a a a a a a a	a a a a a a
a b b b b b	a b a a b b a b b b b	a a a a a 203 b
a b c c c c	a b b a c b b c c c c	a a a a a c
a b c d d d	a b b b c c b d c d d	a a a a a morphograms d
a b c d e e	a b b b c c c d d e e	a a b b b e
a b c d e f	a b b b c c c d d e f	a b a b c F

Note_vgo: The red framed trito-structures correspond to the classical 16 logical functions as well as the classical negation.

In proto-structure (see Table_1) only one kenogram is iterable and the placing of the symbols is irrelevant. In deutero-structure any symbol is repeatable, provided there is room for repetition; the placing still remains irrelevant. What distinguishes trito-structure is that now the placing of symbols becomes important.

In order to undertake the mapping of natural numbers onto this structure we shall, for the time being, only consider the kenogrammatic sequences which are out-

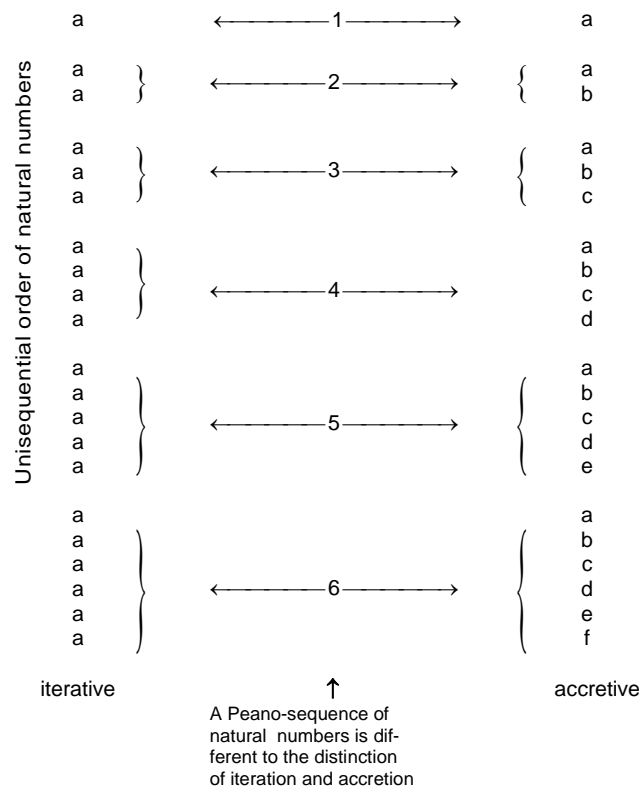
In der Proto-Struktur (siehe Tabelle_1) ist nur ein Kenogramm iterativ und die Platzierung der Symbole irrelevant. In der Deutero-Struktur ist jedes Symbol wiederholbar, vorausgesetzt, es gibt Raum für Wiederholungen; die Platzierung bleibt dabei unerheblich. Was die Trito-Struktur auszeichnet, ist, dass nun die Platzierung von Symbolen wichtig wird.

Um die Abbildung der natürlichen Zahlen auf diese Struktur vorzunehmen, werden wir zunächst nur die kenogrammatischen Sequenzen berücksichtigen, die

side the vertical lines of Table_1. We notice that the ones on the extreme left side are always formed by writing the only available symbol again and again. We shall call this "increase by iteration."^[9] If we turn to the right side we notice that no symbol is ever repeated; we shall call this "increase by accretion." In Table_2 we have confronted the Peano numbers with the symbol sequences originated by straight iteration and by straight accretion which constitute the boundary cases of the kenogrammatic structure. The integers in the center of the table represent the Peano numbers, and the arrows, pointing to the left and the to the right, aim at the kenogrammatic sequences with which the numbers are associated.

außerhalb der vertikalen Linien von Tabelle_1 liegen. Wir stellen fest, dass die ganz linken immer dadurch gebildet werden, dass man das einzig verfügbare Symbol immer wieder neu schreibt. Wir werden dies als "Steigerung durch Iteration" bezeichnen. "Wenn wir uns nach rechts wenden, stellen wir fest, dass sich kein Symbol wiederholt; wir nennen das "Zunahme durch Akkretion". In Tabelle_2 haben wir die Peano-Zahlen mit den aus gerader Iteration und gerader Akkretion entstandenen Symbolfolgen konfrontiert, die die Grenzfälle der kenogramatischen Struktur darstellen. Die ganzen Zahlen in der Mitte der Tabelle stellen die Peano-Zahlen dar, und die Pfeile, die nach links und rechts zeigen, zielen auf die kenogramatischen Sequenzen, mit denen die Zahlen assoziiert sind.

Table 2



It is now possible to make the following statements: Each set, consisting of n kenogrammatic places on the left side, belongs to the same natural numbers as the set consisting of n places on the right side. If we take, for example, the two kenogrammatic sequences on the second line, then both sets are doubletons. Equally, the

Es ist nun möglich, folgende Aussagen zu treffen: Jeder Satz, bestehend aus n kenogramatischen Orten auf der linken Seite, gehört zu den gleichen natürlichen Zahlen wie der Satz aus n Plätzen auf der rechten Seite. Nehmen wir zum Beispiel die beiden kenogramatischen Sequenzen in der zweiten Zeile, dann sind beide Mengen

⁹ Iteration is the principle according to which David Hilbert interprets the budding-up of numerical quantity. See "Die Grundlagen der Mathematik," Hamburger Mathematische Einzelschriften, No. 5, 1928. See esp. p. 4.

set consisting of three places on both sides of the third line is a triple; i.e., each set belongs to the same natural number. Thus, kenogrammatic sequences of equal length always coincide arithmetically with the integer between them ... provided they are built up by the principle of consistent iteration or accretion. There is no difference between iteration and accretion in terms of Peano numbers.

This indifference, however, disappears at once if we introduce two or even more ontological loci. It should be remembered that, although the first ontological locus requires only one kenogram, the second – to distinguish it from the first – requires two. This means that we encounter for the first time a trans-classic logical situation when we arrive at three-place sequences, because in this case we do no longer face a simple contra-position of pure iteration or pure accretion,

since the sequences $\overset{a}{a}$ and $\overset{c}{c}$ are separated by a "mediative" sequence $\overset{a}{b}$.

It follows that, if we introduce the concept of a plurality of ontological loci which would permit the introduction of discontextuality into the theory of logic, a corresponding system of natural numbers should be devised where we would not just proceed from a given number to its Peano successor but from a predecessor number with the specified logical property X to a successor number with – let us say – the property Y.

In Table_3 we have given the sequential arrangement of the first ten proto-numbers with the corresponding Peano numbers on the extreme right side. Within this semi-Platonic pyramid we have separated the numbers of straight iteration and straight accretion from the "mediative" numbers by two dotted lines meeting at the top. The numeral ahead of the colon indicates the length of the kenogrammatic sequence, the second numeral gives the degree of accretion.

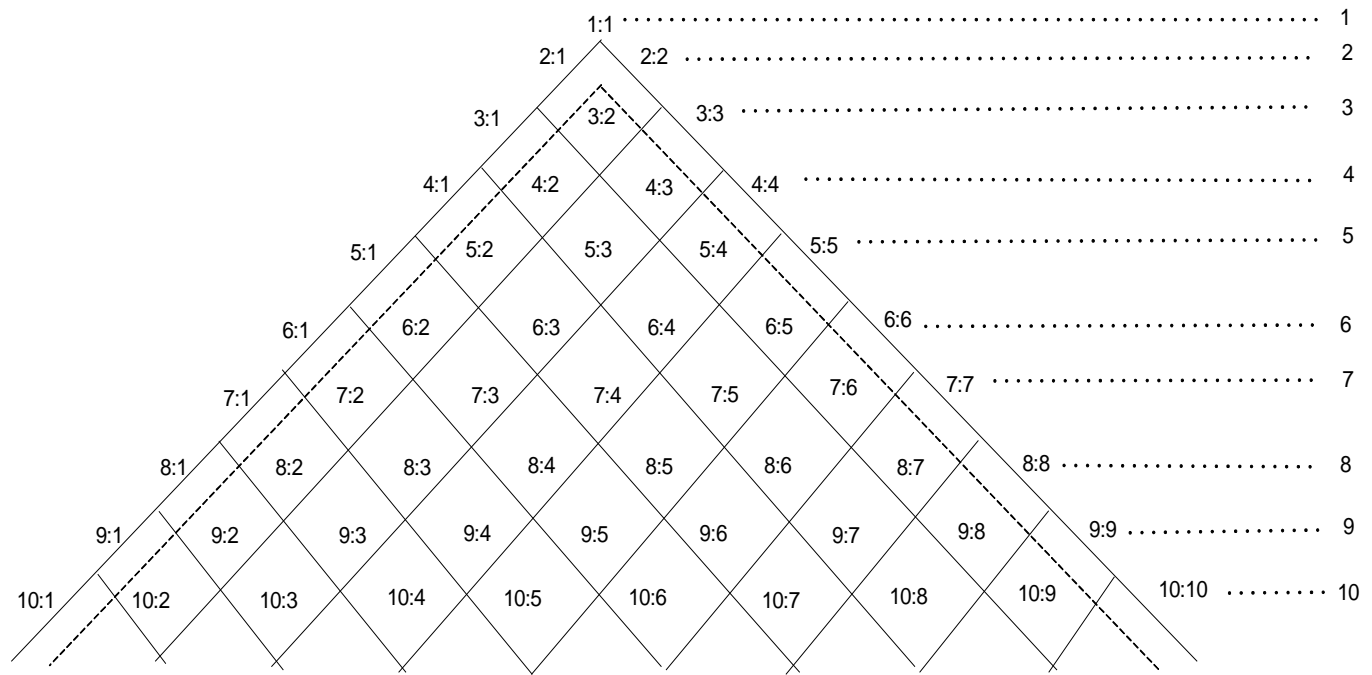
Doubletons. Gleichermaßen ist das aus drei Stellen auf beiden Seiten der dritten Linie bestehende Set ein Tripel; d.h. jeder Satz gehört zu derselben natürlichen Zahl. Somit stimmen kenogrammatistische Sequenzen gleicher Länge immer mit der ganzen Zahl zwischen ihnen überein ... vorausgesetzt, sie sind nach dem Prinzip der konsistenten Iteration oder Akkretion aufgebaut. Es gibt keinen Unterschied zwischen Iteration und Akkretion in Bezug auf die Peano-Zahlen.

Diese Indifferenz verschwindet jedoch sofort, wenn wir zwei oder mehr ontologische Orte einführen. Es sollte daran erinnert werden, dass, obwohl der erste ontologische Ort nur ein Kenogramm benötigt, der zweite – um ihn von dem ersten zu unterscheiden – zwei benötigt. Dies bedeutet, dass wir zum ersten Mal eine trans-klassische logische Situation vorfinden, wenn wir zu drei Ortssequenzen gelangen, weil wir in diesem Fall nicht mehr einer einfachen Gegenposition reiner Iteration oder reiner Akkretion gegenüberstehen, da die Sequenzen [aaa] und [abc] durch eine "mediative" Sequenz [abb] getrennt sind.

Daraus folgt, daß, wenn wir das Konzept einer Vielzahl von ontologischen Orte betrachten, die die Einführung von Diskontextualität in die Theorie der Logik ermöglichen, dann sollte ein entsprechendes System natürlicher Zahlen entwickelt werden, wo wir nicht einfach von einer gegebenen Zahl zu seinem Peano-Nachfolger gehen würden, sondern von einer Vorgängerzahl mit der angegebenen logischen Eigenschaft X zu einer Nachfolgerzahl mit – sagen wir – der Eigenschaft Y.

In Tabelle 3 haben wir die sequentielle Anordnung der ersten zehn Proto-Zahlen mit den entsprechenden Peano-Zahlen auf der äußersten rechten Seite angegeben. Innerhalb dieser halb-platonischen Pyramide haben wir die Zahlen der geraden Iteration und der geraden Akkretion von den "mediativen" Zahlen durch zwei punktierte Linien getrennt, die sich oben treffen. Die Zahl vor dem Doppelpunkt gibt die Länge der kenogrammatistischen Sequenz an, die zweite Zahl gibt den Grad der Akkretion an.

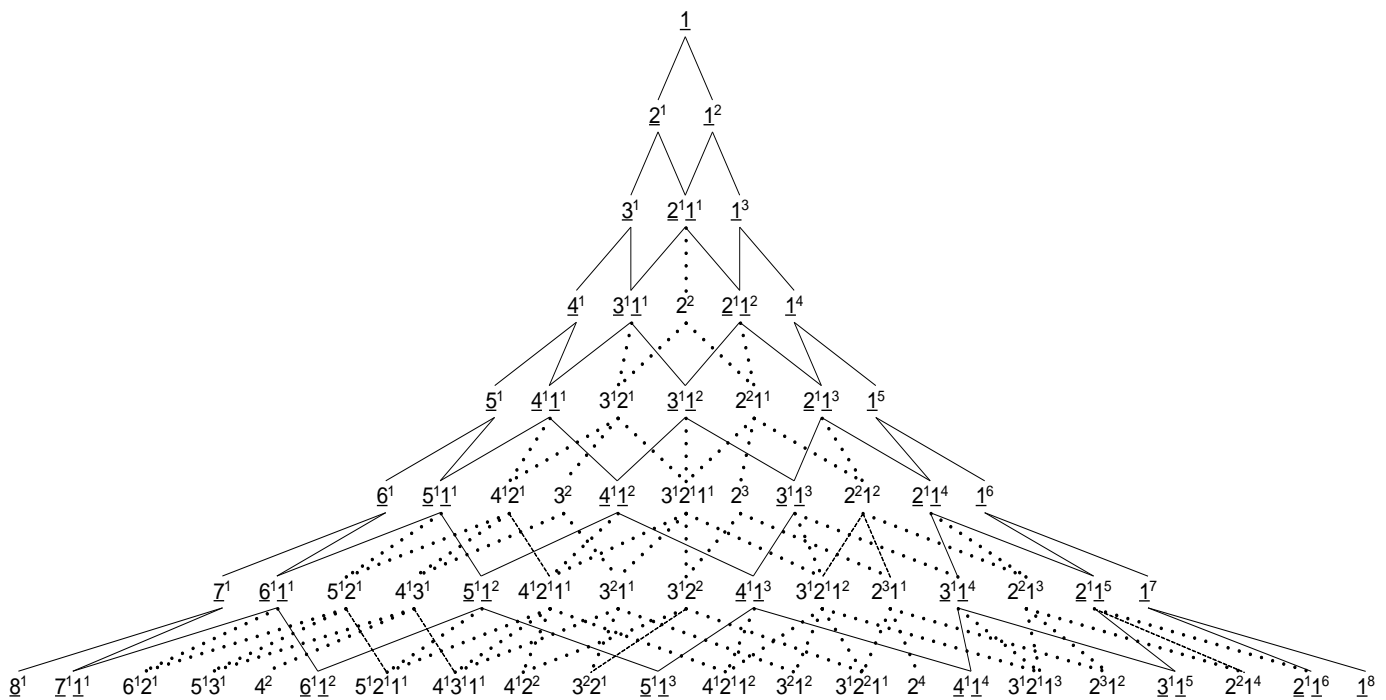
Table 3



The "arithmetic" resulting from proto-numbers may be considered rather trivial. But the mapping of the Peano sequence onto deuterio-structure shows already less trivial features. Table_4 displays the formation pattern of deuterio-numbers if 1 is added, either iteratively or accretively to a predecessor number. Since in deuterio-structure any kenogram is repeatable the simple notation of protostructure will no longer satisfy our requirements. A deuterio-structural sequence and its corresponding number however will be fully characterized if we count the number of iterations and indicate by superscript for how many kenograms a given sub-sequence of iterations occurs.

Die sich aus Proto-Zahlen ergebende "Arithmetik" kann als eher trivial angesehen werden. Die Zuordnung der Peano-Sequenz zur Deuterio-Struktur zeigt jedoch bereits weniger triviale Merkmale. Table_4 zeigt das Formationsmuster von Deuterio-Zahlen an, wenn 1 entweder iterativ oder akkretitiv zu einer Vorgängerzahl addiert wird. Da in der Deuterio-Struktur jedes Kenogramm wiederholbar ist, wird die einfache Notation der Protostruktur unseren Anforderungen nicht mehr gerecht. Eine Deuterio-Struktursequenz und ihre entsprechende Zahl werden jedoch vollständig charakterisiert, wenn wir die Anzahl der Iterationen zählen und durch Hochstellen angeben, für wie viele Kenogramme eine bestimmte Untersequenz von Iterationen auftritt.

Table 4



In Table_4 the lines of succession which connect deuterio-numbers with each other are partly drawn in a dotted fashion. The lines fully drawn out repeat the summation sequence (+1) for proto-structure; and the dotted lines show the additional summation sequences (+1) which are produced by deuterio-structure. It should be noted that a number sequence, once it has entered a dotted line, never merges again with a continuous line. This means, deuterio-structure contains two distinct patterns of successorship. As in proto-structure, the numbers representing either pure iteration or pure accretion play a separate role. No numbers which belong to the succession pattern of the dotted lines issue from them. On the other hand, every mediative number is the point of origin for a specific sequence of dotted lines. However, one should not interpret the deuterio-numbers of straight iteration and straight accretion and all the other numbers in deuterio-structure connected with them by continuous lines as proto-numbers which form some sort of conglomerate with bona fide deuterio-numbers turning up along the dotted lines. All deuterio-numbers, no matter what their characteristics, are only *differentiae specifica* within the various classes of proto-numbers. And what the continuous lines in Table_3 form can only be called a quasi-proto-structure.

In Tabelle 4 sind die Nachfolger-Linien, die die Deuterio-Zahlen miteinander verbinden, teilweise gestrichelt gezeichnet. Die vollständig ausgezogenen Linien wiederholen die Summationssequenz (+1) für die Proto-Struktur; und die gestrichelten Linien zeigen die zusätzlichen Summenfolgen (+1) an, die durch Deuteriostruktur erzeugt werden. Es sollte beachtet werden, dass eine Zahlenfolge, sobald sie in eine gepunktete Linie eingetreten ist, niemals wieder mit einer durchgehenden Linie verschmilzt. Dies bedeutet, die Deuterio-Struktur enthält zwei verschiedene Muster der Nachfolge. Wie in der Proto-Struktur spielen die Zahlen, die entweder reine Iteration oder reine Akkretion darstellen, eine separate Rolle. Aus ihnen ergeben sich keine Zahlen, die zum Nachfolgemuster der gepunkteten Linien gehören. Auf der anderen Seite ist jede mediative Zahl der Ausgangspunkt für eine bestimmte Folge von gepunkteten Linien. Allerdings sollte man nicht die Deuterio-Zahlen der totalen Iteration und totalen Akkretion und alle anderen Zahlen in der Deuterio-Struktur, die mit ihnen mit durchgezogenen Linien verbunden sind, als Proto-Zahlen interpretieren, die eine Art von Konglomerat mit den *bona fide* Deuterio-Zahlen entlang der gepunkteten Linien bilden. Alle Deuterio-Zahlen, gleich welcher Art sie sind, sind nur *differentiae specifica* in den verschiedenen Klassen von Proto-Zahlen. Und was die durchgezogenen Linien in Tabelle_3 darstellen, kann nur als Quasi-Proto-Struktur be-

So far the association of natural numbers with the general structure of trans-classic logic has been comparatively simple because the logical properties of identity and difference (or iteration and accretion) we dealt with could easily be expressed in quantities of places, symbols and partitions. If we approach trito-structure and its context of individual morphograms, the problem of associating natural numbers with logical structure becomes more intricate. The location of a symbol at a specific place in a sequence was totally irrelevant in proto- and deuterio-structure. But the exact localization of a given kenogram is precisely what distinguishes one individual morphogram from another within a given deuterogrammatic class.

A short reminder of a characteristic stipulation of our traditional methods of counting – be they binary, ternary, decimal or having any other radix or base – will be necessary. In order to be able to continue the process of counting indefinitely it is assumed that an unlimited number of empty places for writing down numerals will be at our disposal. These empty places are visualized to extend from right to left and, to represent the process of counting notationally, we fill them with the available numerals proceeding from right to left. As everybody knows only the places which have been filled are relevant for determining the magnitude of the number. The potential infinity of empty places waiting to be filled and located left of the last place which has been filled does not contribute anything to the characterization of the number. The places on the left merely constitute an infinite background of total indeterminacy against which we do our counting.

zeichnet werden.

Bis jetzt war die Assoziation der natürlichen Zahlen mit der allgemeinen Struktur der trans-klassischen Logik verhältnismäßig einfach, weil die logischen Eigenschaften der Identität und der Differenz (oder Iteration und Akkretion), mit denen wir uns beschäftigten, leicht in Quantitäten von Orten, Symbolen und Partitionen ausgedrückt werden konnten. Wenn wir uns der Trito-Struktur im Kontext einzelner Morphogramme nähern, wird das Problem der Zuordnung natürlicher Zahlen zu logischer Struktur komplizierter. Die Position eines Symbols an einer bestimmten Stelle in einer Sequenz war in der Proto- und Deutero-Struktur völlig irrelevant. Aber die genaue Lokalisierung eines gegebenen Kenogramms ist genau das, was ein einzelnes Morphogramm von einem anderen innerhalb einer bestimmten deuterio-grammatischen Klasse unterscheidet.

Es ist notwendig sich an die charakteristische Bestimmung unserer traditionellen Zählmethoden – sei sie binär, ternär, dezimal oder mit irgendeiner anderen Basis oder Wurzel – zu erinnern. Um den Zählvorgang auf unbestimmte Zeit fortsetzen zu können, wird davon ausgegangen, dass uns eine unbegrenzte Anzahl von leeren Stellen zum Aufschreiben von Ziffern zur Verfügung steht. Diese leeren Stellen werden so dargestellt, dass sie sich von rechts nach links erstrecken und um den Prozess des notierenden Zählens darzustellen, füllen wir sie mit den verfügbaren Zahlen von rechts nach links aus. Wie bekannt ist, sind nur die Orte relevant, die ausgefüllt wurden, um die Größe der Zahl zu bestimmen. Die potentielle Unendlichkeit von leeren Orten, die darauf warten links von der letzten Stelle gefüllt zu werden, tragen nichts zur Charakterisierung der Zahl bei. Die Plätze links bilden lediglich einen unendlichen Hintergrund völliger Unbestimmtheit, gegen den wir zählen.

Table 5

a)						
b)	0					
	1					1
	10			1		
	11			1	1	
	100		1			
	101		1			1
	110		1	1		
	111		1	1	1	
c)	0					
	1					1
	2					2
	10			1		0
	'''				

An arithmetic notation for trito-structure requires us to drop the assumption that counting trito-numbers is done against such a backdrop of total indeterminacy. In other words: not only the places on the right side of the first numeral which takes occupancy in one of the empty places are relevant for the characterization of the number, but the empty places on the left side, still waiting to be filled, also count. This, of course, means that we must be able to enumerate them. Their availability is limited. It follows that the association of the binary method of counting with the eight classic symbol sequences or morphograms implies the stipulation that we use a number system with only four empty places available for occupancy by numerals. In Table_5 we have shown, first under a) the abstract sequence of empty places starting at the right and extending to the left into infinity; under b) the mapping of the binary notation of natural numbers onto the four and only four places available for the eight classic morphograms; under c) the first four steps of mapping a number system with the radix 3 onto four-place morphograms.

Table_5b demonstrates that the mapping of a number system with the radix 2 onto the classic morphograms is feasible because there is a close structural affinity between this notational system and classic logic-which was already noted by Leibniz. But there is no similar affinity between the ternary system of counting and three-valued logic. This is evidenced in Table_5c

Eine arithmetische Notation für die Trito-Struktur erfordert, dass wir die Annahme fallen lassen, dass das Zählen von Trito-Zahlen vor einem solchen Hintergrund totaler Indeterminiertheit erfolgt. Mit anderen Worten: Nicht nur die Stellen auf der rechten Seite der ersten Ziffer, die an einer der leeren Stellen belegt werden, sind für die Charakterisierung der Zahl relevant, sondern auch die leeren Stellen auf der linken Seite, die noch darauf warten, gefüllt zu werden. Das bedeutet natürlich, dass wir in der Lage sein müssen, sie aufzuzählen. Ihre Verfügbarkeit ist begrenzt. Daraus folgt, dass die Assoziation der binären Zählweise mit den acht klassischen Symbolfolgen oder Morphogrammen die Vorgabe impliziert, dass wir ein Zahlensystem mit nur vier leeren Stellen verwenden, die für die Belegung mit Ziffern zur Verfügung stehen. In Tabelle_5 haben wir zunächst unter a) die abstrakte Abfolge der leeren Stellen von rechts nach links bis ins Unendliche gezeigt; unter b) die Abbildung der binären Notation der natürlichen Zahlen auf die vier und nur vier Stellen, die für die acht klassischen Morphogramme zur Verfügung stehen; unter c) die ersten vier Schritte der Abbildung eines Zahlensystems mit dem Radix 3 auf vier Stellen-Morphogramme.

Tabelle_5b zeigt, dass die Abbildung eines Zahlensystems mit dem Radix 2 auf die klassischen Morphogramme machbar ist, weil eine enge strukturelle Affinität zwischen diesem Notationssystem und der klassischen Logik besteht, die bereits von Leibniz festgestellt wurde. Aber es gibt keine ähnliche Affinität zwischen dem ternären System des Zählens und der dreiwertigen Logik. Dies zeigt sich in Tabelle_5c, in der wir die zweite und

where we have braced the second and third number together. Both numbers represent the same morphogram and consequently the same trito-number. It is here that the limitation of empty places which we stipulated makes itself felt. The two configurations which we have braced together could and would represent different numbers only if we assume that they belong to a system in which the number of empty places is infinite and that the places on the left side of the numerals did nothing for the characterization of the number. On the other hand, a morphogram is, as the term intends to convey, a 'Gestalt'. And it is the intrinsic character of a Gestalt that it is finite. The infinite Gestalt is a *contradictio in adjecto*.

In our traditional systems of numeral notation we are completely at liberty to choose as many numerals as we like. It is a mere matter of expediency. This is not the case in systems of trito-numbers. If the number of empty places available by stipulation is n and we do not count the empty place itself as a numeral, we always require $n-1$ numerals – not more and not less. If we use more, our system would be structurally redundant. If we use less, it would be incomplete. However, this rule would not only permit but even require the introduction of the numeral 2 and also 3 into the four-place arrangement of Table_5c. What we obviously need is an additional specific stipulation about the introduction of a new numeral. In our traditional methods of notation a new numeral will be introduced (if available) immediately after its predecessor has been written down. In the case of trito-numbers, however, the introduction of a new numeral must be restricted by an additional rule. To illustrate what we mean we turn again to Table_5c. We shall ask ourselves the question: how is it possible to introduce the numeral 2 without producing structural redundancy within the four available places? For every numeral or numerals we have written down, we have reproduced these four places again and again, so that they form together an oblong area of as yet undetermined length. Within this area we may count our empty places horizontally as well as vertically. And in order to determine a place within this area we shall say that it is the n th place, counting either from right to left or from top to bottom. It is obvious that the introduction of 2 will not cause a redundancy if the structural configuration into which 2 is placed is different from the one into which we have inserted 1. But it is obvious in Table_5c that 2 was inserted in exactly the same structural configuration (four empty places) as the numeral

dritte Zahl zusammengesetzt haben. Beide Zahlen repräsentieren das gleiche Morphogramm und damit die gleiche Trito-Zahl. Hier macht sich die von uns festgelegte Begrenzung von Leerplätzen bemerkbar. Die beiden Konfigurationen, die wir zusammengefügt haben, könnten und würden unterschiedliche Zahlen darstellen, wenn wir davon ausgehen, dass sie zu einem System gehören, in dem die Anzahl der leeren Stellen unendlich ist und die Stellen auf der linken Seite der Ziffern nichts zur Charakterisierung der Zahl beigetragen haben. Andererseits ist ein Morphogramm, wie es der Begriff zu vermitteln beabsichtigt, eine "Gestalt". Und es ist der inhärente Charakter einer Gestalt, dass sie endlich ist. Die unendliche Gestalt ist ein *contradictio in adjecto*.

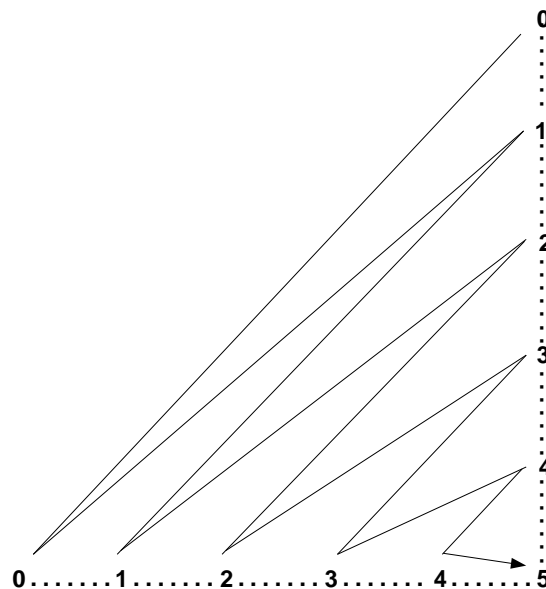
In unseren traditionellen Systemen der numerischen Notation steht es uns völlig frei, so viele Ziffern zu wählen, wie wir wollen. Es ist nur eine Frage der Zweckmäßigkeit. Dies ist bei Systemen mit Trito-Zahlen nicht der Fall. Wenn die Anzahl der freien Plätze, die durch Vorgabe zur Verfügung stehen, n ist und wir die leere Stelle selbst nicht als Zahl zählen, benötigen wir immer $n-1$ Ziffern – nicht mehr und nicht weniger. Wenn wir mehr nutzen, wäre unser System strukturell redundant. Wenn wir weniger verbrauchen, wäre es unvollständig. Diese Regel würde jedoch nicht nur die Einführung der Ziffer 2 und auch der Ziffer 3 in die vierstellige Anordnung von Tabelle_5c erlauben, sondern sogar erfordern. Was wir natürlich brauchen, ist eine zusätzliche spezifische Bestimmung über die Einführung einer neuen Ziffer. In unseren traditionellen Notationsmethoden wird eine neue Ziffer (falls vorhanden) unmittelbar nach dem Aufschreiben des Vorgängers eingeführt. Bei Trito-Zahlen muss jedoch die Einführung einer neuen Ziffer durch eine zusätzliche Regel eingeschränkt werden. Um zu veranschaulichen, was wir meinen, wenden wir uns wieder der Table_5c zu. Wir werden uns die Frage stellen: Wie kann man die Zahl 2, ohne strukturelle Redundanz innerhalb der vier verfügbaren Plätze einführen? Für jede Zahl oder Zahlen die wir aufgeschrieben haben, haben wir diese vier Stellen immer wieder reproduziert, so dass sie zusammen einen länglichen Bereich von noch unbestimmter Länge bilden. Innerhalb dieses Bereiches können wir unsere leeren Stellen sowohl horizontal als auch vertikal zählen. Und um einen Platz in diesem Bereich zu bestimmen, sagen wir, dass es der n -te Platz ist, der entweder von rechts nach links oder von oben nach unten gezählt wird. Es liegt auf der Hand, dass die Einführung von 2 keine Redundanz verursacht, wenn die strukturelle Konfiguration, in die 2 eingefügt wird, sich von derjenigen unterscheidet, in die wir 1 eingefügt haben. In Tabelle_5c ist es jedoch offensichtlich, dass 2 in genau der gleichen strukturellen Konfiguration (vier

1 was inserted. This can easily be avoided by carrying the number 1 from the first horizontal place to the second. This produces a new structural configuration, and we may start counting again within the vertical sequence of the places on the extreme right side. This will carry us now legitimately to the numeral 2. In other words, the numeral 2 may be and must be introduced immediately after the numeral 1 has occurred directly above *and* on the left side of the place in which we want to put down 2. This means we must count our numerals along two Cartesian coordinates as shown in Table_6.

leere Stellen) eingefügt wurde, wie die Zahl 1 eingefügt wurde. Dies lässt sich leicht vermeiden, indem man die Zahl 1 von der ersten horizontalen Stelle zur zweiten trägt. Dies führt zu einer neuen strukturellen Konfiguration, und wir können wieder anfangen, innerhalb der vertikalen Reihenfolge der Stellen auf der äußersten rechten Seite zu zählen. Dies wird uns nun rechtmäßig zur Ziffer 2 führen. Mit anderen Worten, die Ziffer 2 kann und muss sofort eingeführt werden, nachdem die Ziffer 1 direkt über und auf der linken Seite des Ortes, an dem wir die Ziffer 2 ablegen wollen, aufgetreten ist. Das bedeutet, dass wir unsere Ziffern entlang zweier kartesischer Koordinaten zählen müssen, wie in Tabelle_6 gezeigt.

Table 6

"Two-dimensional" sequence (.) of natural numbers and their arrangement as quasi Peano-sequence (\sphericalangle)



The two Cartesian coordinates in Table_6 are indicated by dotted lines into which we have inserted the decimal numerals up to 5. Our counting process, however, does not carry us along one of the coordinates; it follows instead the zigzagging line that starts with the 0 at the top and transports us finally to 5. Since we are at liberty to introduce as many numerals as we wish, it is possible to continue our zigzagging sequence without any limit. However, the introduction of a new numeral interrupts this apparent continuity structurally and establishes a new finite system of trito-numbers.

Table_7 presents the initial four of these finite systems. In the first column on the left side we find the morphograms to which the number systems belong. It should be noted that the morpho-grammatic sequences

Die beiden kartesischen Koordinaten in Tabelle_6 sind durch gestrichelte Linien gekennzeichnet, in die wir die Dezimalzahlen bis 5 eingefügt haben. Unser Zählvorgang führt uns jedoch nicht entlang einer der Koordinaten; es folgt stattdessen die Zickzacklinie, die mit der 0 an der Spitze beginnt und uns schließlich zu 5 bringt. Da es uns erlaubt ist, so viele Ziffern einzuführen, wie wir möchten, ist es möglich, unsere Zickzacksequenz ohne jegliche Begrenzung fortzusetzen. Die Einführung einer neuen Zahl unterbricht jedoch diese scheinbare Stetigkeit strukturell und etabliert ein neues endliches System von Tritozahlen.

Tabelle_7 zeigt die ersten vier dieser endlichen Systeme. In der ersten Spalte auf der linken Seite finden wir die Morphogramme, zu denen die Zahlensysteme gehören.

are not written vertically, as was done in Table_1, but horizontally in order to conform with the method we adopted for writing the trito-numbers. All trito-numbers are written out with the full complement of zeros which belong to a given system. The second system of trito-numbers which encompasses only two numerals is the one from which our traditional system of natural numbers issues. It is the kenogrammatic basis of a genuine Peano sequence. In the third column from the left the binary equivalents of the trito-numbers are given and in the extreme right column the decimal equivalents. In both cases we have adopted a somewhat unusual way of writing down our numbers. In order to conform with the methods of writing the trito-numbers which always start with the 0, our binary and decimal equivalents are preceded by a short sequence of dots, ending with a 0, separated from the numbers proper by a vertical line. The vertical line separates the numbers themselves from what we shall call: their place-designator. The place-designator is supposed to indicate, in the case of Table_7, that these numbers are written against a backdrop of an infinity of zeros which have to be available in order that the numbers may extend from right to left as far as it is required by the indefinitely increasing magnitude. No place-designator is required for the separate systems of trito-numbers in the second column, because they are not written against such a backdrop. Each system has its predetermined length and width and cannot extend any further.

Es sollte angemerkt werden, dass die morphogramatischen Sequenzen nicht vertikal geschrieben werden, wie es in Tabelle_1 gemacht wurde, sondern horizontal, um der Methode zu entsprechen, die wir für das Schreiben der Trito-Zahlen angenommen haben. Alle Trito-Zahlen sind mit dem vollen Satz von Nullen ausgeschrieben, die zu einem gegebenen System gehören. Das zweite System von Trito-Zahlen, das nur zwei Zahlen umfasst, ist dasjenige, aus dem unser traditionelles System der natürlichen Zahlen hervorgeht. Es ist die kenogrammatistische Grundlage einer echten Peano-Sequenz. In der dritten Spalte von links sind die binären Äquivalente der Trito-Zahlen angegeben und in der äußersten rechten Spalte die Dezimaläquivalente. In beiden Fällen haben wir eine etwas ungewöhnliche Art angenommen, unsere Zahlen aufzuschreiben. Um den Methoden des Schreibens der Trito-Zahlen zu entsprechen, die immer mit der 0 beginnen, gehen unseren binären und dezimalen Äquivalenten eine kurze Folge von Punkten voran, die mit einer 0 enden, getrennt von den eigentlichen Zahlen durch eine vertikale Linie. Die vertikale Linie trennt die Zahlen selbst von dem, was wir als ihren Ortsbezeichner bezeichnen wollen. Der Ortsbezeichner soll im Fall von Tabelle_7 angeben, dass diese Zahlen vor einem Hintergrund einer Unendlichkeit von Nullen geschrieben werden, die verfügbar sein müssen, damit sich die Zahlen so weit von rechts nach links erstrecken können, wie es die unendlich zunehmende Größe erfordert. Für die separaten Trito-Zahlen in der zweiten Spalte ist kein Platzbezeichner erforderlich, da sie nicht vor einem solchen Hintergrund stehen. Jedes System hat seine vorbestimmte Länge und Breite und kann nicht weiter verlängert werden.

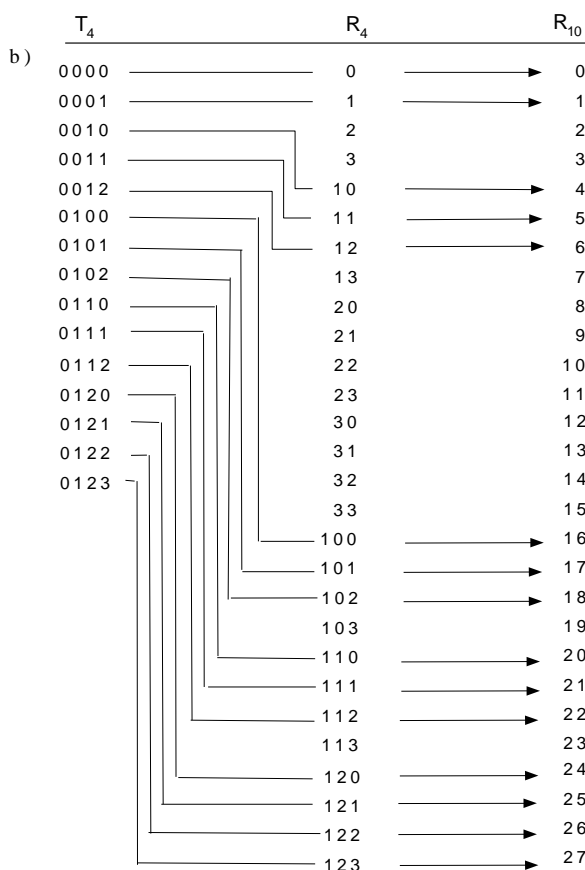
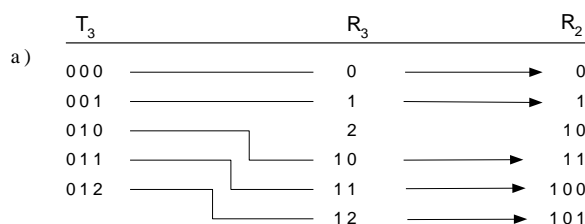
Table 7

morphograms	trito-numbers	binary equivalents	decimal equivalent
a	0	... 0 0	... 0 0
aa	00	... 0 0	... 0 0
ab	01	... 0 1	... 0 1
aaa	000	... 0 0	... 0 0
aab	001	... 0 1	... 0 1
aba	010	... 0 1 1	... 0 3
abb	011	... 0 1 0 0	... 0 4
abc	012	... 0 1 0 1	... 0 5
aaaa	0000	... 0 0	... 0 0
aaab	0001	... 0 1	... 0 1
aaaba	0010	... 0 1 0 0	... 0 4
aaabb	0011	... 0 1 0 1	... 0 5
aabca	0012	... 0 1 1 0	... 0 6
abaaa	0100	... 0 1 0 0 0 0	... 0 6
abab	0101	... 0 1 0 0 0 1	... 0 7
abac	0102	... 0 1 0 0 1 0	... 0 8
abba	0110	... 0 1 0 1 0 0	... 0 2 0
abbb	0111	... 0 1 0 1 0 1	... 0 2 1
abbc	0112	... 0 1 0 1 1 0	... 0 2 2
abca	0120	... 0 1 1 0 0 0	... 0 2 4
abcb	0121	... 0 1 1 0 0 1	... 0 2 5
abcc	0122	... 0 1 1 0 1 0	... 0 2 6
abcd	0123	... 0 1 1 0 1 1	... 0 2 7

On the other hand, if we combine the separate systems of trito-numbers into a quasi-Peano sequence, such sequence will, under certain circumstances, i.e., if combined with other number sequences, also require a place-designator, since its extension has no limits. The adding of a place-designator is not required in classic mathematics, because the natural numbers it employs are, logically speaking, always written against this backdrop of a potential infinity of zeros. In other words, the logical place of the traditional Peano-numbers cannot change, since they appear only in one ontological locus.

Wenn wir andererseits die getrennten Systeme von Tritozahlen zu einer Quasi-Peano-Sequenz kombinieren, wird eine solche Sequenz unter bestimmten Umständen, d.h. wenn sie mit anderen Zahlenfolgen kombiniert wird, auch einen Ortsbezeichner benötigen, da ihre Erweiterung keine Grenzen aufweist. Das Hinzufügen eines Ortsbezeichners ist in der klassischen Mathematik nicht erforderlich, weil die von ihm verwendeten natürlichen Zahlen logischerweise immer vor diesem Hintergrund einer möglichen Unendlichkeit von Nullen stehen. Mit anderen Worten, der logische Ort der traditionellen Peano-Zahlen kann sich nicht ändern, da sie nur in einem ontologischen Ort erscheinen.

Table 8



The situation is different in a trans- classic system. In this new dimension classic logic unfolds itself into an infinity of two-valued subsystems, all claiming their own Peano sequences. It follows that natural numbers-running concurrently in many ontological loci-must then be written against an infinity of potential backdrops. This suggests that the place-designator, shown in Table_7, is by no means the only one.

Our last Table_8 offers an opportunity to study the changing of the binary and decimal equivalents of trito-numbers in various trito-grammatic systems. The method of finding the equivalents for any conventional number system is very simple and demonstrated in Table_8 for trito-grammatic numbers of three (T3) and (T4) places. In order to find the equivalents of a

In einem trans-klassischen System ist die Situation anders. In dieser neuen Dimension entfaltet sich die klassische Logik zu einer Unendlichkeit zweiwertiger Subsysteme, die alle ihre eigenen Peano-Sequenzen beanspruchen. Es folgt, dass natürliche Zahlen, die gleichzeitig in vielen ontologischen Orte laufen, dann gegen eine Unendlichkeit potentieller Hintergründe geschrieben werden müssen. Dies legt nahe, dass der in Tabelle 7 gezeigte Ortsbezeichner keineswegs der einzige ist.

Unsere letzte Tabelle_8 bietet eine Gelegenheit, die Änderung der Binär- und Dezimaläquivalente von Tritozahlen in verschiedenen trito-grammatischen Systemen zu studieren. Das Verfahren zum Finden der Äquivalente für jedes herkömmliche Zahlensystem ist sehr einfach und in Tabelle 8 für trito-grammatische Zahlen von drei (T3) und (T4) Stellen gezeigt. Um die Entsprechungen

conventional number system with the radix two (R2) we confront, first, our three-place trito-numbers with the notation of a number system with the radix 3 (R3), as we have done in Table_8a. We connect then the numbers of (T3)-omitting the zeros on the left-with the corresponding notation in (R3). If we do so we skip the single numeral 2 for which there is no correspondence in (T3). Since the equivalent of 2 in a ternary system (R3) is 10 and 2 has no equivalent in (T3), 10 also of (R2) has no equivalent in (T3). Thus, no arrow pointing to an equivalence goes from (R3) to (R2). In table_8b the same method is applied to find the equivalences of a system with the radix 10 (R10) with four-place trito-numbers. This time, the intermediate step is, of course, provided by a quaternary system (R4). All quaternary numbers without notational correspondence in (T4) are omitted and the remaining arrows point to the decimal numerals that correspond to the four-place trito-numbers.

To conclude this presentation it should be emphasized that the foregoing remarks do not imply a full-fledged theory of the behavior of natural numbers in a trans-classic system of logic. Their only aim is to draw attention to a specific arithmetical problem in the cybernetic theory of biological systems. The mythological contra-position of body and soul is nothing but a terse expression for the background of total discontextuality against which living systems have to be analyzed with regard to their basic structure.

So far Western scientific tradition has been exclusively concerned with the theory of a universe which presents to us an aspect of unbroken contextuality. The theory of such a universe is equivalent with the theory of auto-referential objects. Their nature was explored and so exhaustively described that we have practically come to the end of this epoch of scientific inquiry. A living organism, on the other hand, is a cluster of relatively discontextual subsystems held together by a mysterious function called self-reference and hetero-referentially linked to an environment of even greater discontextuality. In order to integrate the concept of discontextuality into logic we have introduced the theory of ontological loci. Any classic system of logic or mathematics refers to a given ontological locus; it will describe the contextual structure of such a locus more or less adequately. But its statements – valid for the locus in question – will be invalid for a different locus. To put it crudely: true statements about a physical body will not be true about the

eines konventionellen Zahlensystems mit dem Radix 2 (R2) zu finden, stehen wir zunächst unseren drei Orts-Trito-Zahlen mit der Notation eines Zahlensystems mit der Radix 3 (R3) gegenüber, wie wir es in Tabelle 8a getan haben. Wir verbinden dann die Zahlen von (T3) unter Auslassung der Nullen auf der linken Seite mit den entsprechenden Notation in (R3). Wenn wir dies tun, überspringen wir die einzelne Zahl 2, für die es in (T3) keine Entsprechung gibt. Da das Äquivalent von 2 in einem ternären System (R3) 10 ist und 2 kein Äquivalent in (T3) hat, hat auch 10 von (R2) kein Äquivalent in (T3). Somit geht kein auf eine Äquivalenz zeigender Pfeil von (R3) nach (R2). In Tabelle 8b wird die gleiche Methode angewendet, um die Äquivalenzen eines Systems mit dem Radix 10 (R10) mit vier Stellen Trito-Zahlen zu finden. Dieses Mal wird der Zwischenschritt natürlich durch ein quaternäres System (R4) bereitgestellt. Alle quaternären Zahlen ohne Notation in (T4) sind weggelassen und die übrigen Pfeile zeigen auf die Dezimalzahlen, die den vier Stellen der Trito-Zahlen entsprechen.

Zum Abschluss dieses Vortrages ist hervorzuheben, dass die vorstehenden Ausführungen keine vollständige Theorie des Verhaltens natürlicher Zahlen in einem trans-klassischen System der Logik enthalten. Es war lediglich das Ziel, auf ein spezifisches arithmetisches Problem in der kybernetischen Theorie biologischer Systeme aufmerksam zu machen. Die mythologische Kontraposition von Körper und Seele ist nichts als ein knapper Ausdruck für den Hintergrund völliger Diskontextualität, vor dem lebende Systeme hinsichtlich ihrer Grundstruktur analysiert werden müssen.

Bis jetzt hat sich die westliche wissenschaftliche Tradition ausschließlich mit der Theorie eines Universums beschäftigt, die uns einen Aspekt der ununterbrochenen Kontextualität vorstellt. Die Theorie eines solchen Universums ist äquivalent mit der Theorie von auto-referentiellen Objekten. Ihre Natur wurde erforscht und so erschöpfend beschrieben, dass wir praktisch am Ende dieser Epoche der wissenschaftlichen Untersuchung angelangt sind. Ein lebender Organismus dagegen ist eine Ansammlung relativ diskontextualer Subsysteme, die durch eine mysteriöse Funktion zusammengehalten werden, die als Selbstreferenz bezeichnet wird und hetero-referentiell mit einer Umgebung größerer Diskontextualität verbunden ist. Um das Konzept der Diskontextualität in die Logik zu integrieren, haben wir die Theorie der ontologischen Loci eingeführt. Jedes klassische System der Logik oder Mathematik bezieht sich auf einen bestimmten ontologischen Ort; es wird die kontextuelle Struktur eines solchen Ortes mehr oder weniger adäquat

soul ... and vice versa.

A philosophic theory of cybernetics would imply that the total discontextuality between dead matter and soulful life which the classic tradition assumes may be resolved in a hierarchy of relative discontextualities. We repeat what we stated at the beginning: our system of natural numbers is valid within the context of a given ontological locus, but it is not valid across the discontextuality which separates one ontological locus from the next. However, there is a way to connect a Peano sequence of natural numbers in one ontological locus with the Peano sequence in a different one. This connection is expressed arithmetically and with different degrees of complexity in the proto-, deutero- and trito-numbers. These number systems do not refer to the contextuality of a given ontological locus but to a universal substructure that connects these loci with each other. Thus these numbers have, what we shall call, an inter-ontological semantic relevance. The terms Life, Self or Soul have always been mysterious, because they refer to an inter-ontological phenomenon. Since the classic tradition knows only a single ontology it has no theoretical means at its disposal to describe phenomena which fall, so to speak, between different ontologies. The philosophical theory on which cybernetics may rest in the future may well be called an inter-ontology. But its description – as Kipling would say – is another story.

beschreiben. Aber ihre Aussagen – gültig für den betreffenden Ort – sind für einen anderen Ort ungültig. Um es grob zu sagen: Wahre Aussagen über einen physischen Körper werden nicht wahr sein über die Seele ... und umgekehrt.

Eine philosophische Theorie der Kybernetik würde implizieren, dass die totale Unvereinbarkeit zwischen toter Materie und seelenvollem Leben, die die klassische Tradition annimmt, in einer Hierarchie relativer Diskontextualitäten aufgelöst werden kann. Wir wiederholen, was wir zu Beginn gesagt haben: Unser System der natürlichen Zahlen ist im Zusammenhang mit einem gegebenen ontologischen Ort gültig, aber es ist nicht gültig über die Diskontextualität, die einen ontologischen Ort von dem nächsten trennt. Es gibt jedoch einen Weg, eine Peano-Sequenz von natürlichen Zahlen in einem ontologischen Ort mit der Peano-Sequenz in einem anderen zu verbinden. Diese Verbindung wird in den Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen arithmetisch und mit unterschiedlichen Komplexitätsgraden ausgedrückt. Diese Zahlensysteme beziehen sich nicht auf die Kontextualität eines gegebenen ontologischen Ortes, sondern auf eine universelle Unterstruktur, die diese Orte miteinander verbindet. Daher haben diese Zahlen etwas, was wir als eine inter-ontologische semantische Relevanz bezeichnen wollen. Die Begriffe Leben, Selbst oder Seele waren immer mysteriös, weil sie sich auf ein inter-ontologisches Phänomen beziehen. Da die klassische Tradition nur eine einzige Ontologie kennt, hat sie keine theoretischen Mittel, um Phänomene zu beschreiben, die sozusagen zwischen verschiedene Ontologien fallen. Die philosophische Theorie, auf die sich die Kybernetik in Zukunft stützen kann, mag man als Inter-Ontologie bezeichnen. Aber ihre Beschreibung – wie Kipling sagen würde – ist eine andere Geschichte.

The text was originally edited, translated and rendered into PDF file for the e-journal <www.vordenker.de> by E. von Goldammer.

Copyright 2018 vordenker.de

*This material may be freely copied and reused, provided the author and sources are cited
a printable version may be obtained from webmaster@vordenker.de*

Zitiervorschlag: Gotthard Günther, *Natural Numbers in Trans Classic Systems*, in: www.vordenker.de – Deutsche Übersetzung (Sommer Edition 2018, J. Paul, Hg.) – URL: http://www.vordenker.de/ggphilosophy/gg_natural-numbers_en-ger.pdf