

Gotthard Günther [⁺]

Formal Logic, Totality and The Super-additive Principle

Formale Logik, Ganzheit und das 'Superadditive Prinzip'

If the title of this paper combines Formal Logic and Totality (Ganzheit) it is resisting a general trend which is still strong in present scientific activities. The most comprehensive theory of Totality which we possess is contained in Hegel's logic. But every student of this thinker knows how emphatically Hegel denounces formalization. According to him the structure of all totalities is "dialectic". Formal logic is based on a strict dichotomy of form and content (matter). But dialectics fuses the two in the superadditive principle of synthesis which combines thesis and antithesis in a way in which the contradiction between the two is not only retained but elevated to a higher level. The general consensus still is that the retention of contradiction – which is indeed demanded by all systems to which we ascribe the character of totalities – obviates all attempts of formalization. This belief is now more than two thousand years old and it is hard to shake.

However, a re-evaluation of the theory of dialectics and its super-additive principle, where the whole is more than the sum of its parts, has recently become a pressing necessity. Among the new scientific disciplines which have sprung up in recent times Cybernetics seems to have the widest interdisciplinary spread. The topics it deals with range from mathematics (information theory) and physics (quantum mechanics) over biology (bionics) to the theory of consciousness, of culture and of human history.^[1] It is hardly necessary to point out that the problem of the structure of totalities turns up various aspects within the scope of Cybernetics. Nevertheless a basic investigation into the formal logical texture of totalities is still missing. The ancient prejudice that such inquiry leads us straight out of the realm of formal, codifiable procedures of logic is still too strong.

Some progress has been made just the same. In a very relevant paper on biologic "coalitions"^[2] H. von Foerster has pointed out that

Wenn die Überschrift dieser Untersuchung die Begriffe 'Formale Logik' und 'Ganzheit' verbindet, so geschieht das gegen den Widerstand eines allgemeinen Trends, der in den gegenwärtigen wissenschaftlichen Arbeiten immer noch stark spürbar ist. Die umfassendste Theorie der Ganzheit, die wir besitzen, ist in Hegels Logik enthalten. Aber jeder der diesen Denker studierte weiß, mit welcher Deutlichkeit Hegel jegliche Formalisierung verurteilt. Seiner Ansicht nach ist die Struktur jeder Ganzheit 'dialektisch'. Die Formale Logik basiert auf der strengen Zweiteilung (Dichotomie) von Form und Inhalt (Stoff). Aber die Dialektik verschmilzt beide im superadditiven Prinzip der Synthese, die These und Antithese so zusammenfügt, dass der Widerspruch zwischen den beiden nicht nur bewahrt (aufgehoben), sondern auf eine höhere Ebene gehoben wird. Die allgemeine Meinung (Übereinstimmung) ist noch immer, dass das Aufgehobensein (Aufbewahrung) des Gegensatzes – dessen in der Tat alle Systeme, denen wir das Merkmal der Ganzheit zuschreiben, bedürfen – jedem Formalisierungsversuch widersteht. Dieser Glaube ist nun älter als 2000 Jahre und sehr schwer zu erschüttern.

Aber eine Neubewertung der 'Theorie der Dialektik' und ihres 'superadditiven Prinzips' – nach dem das Ganze mehr ist als die Summe seiner Teile ist – ist neuerdings drückend notwendig geworden. Inmitten der in jüngster Zeit aufgetretenen neuen wissenschaftlichen Disziplinen, scheint die Kybernetik die größte interdisziplinäre Spannweite zu haben. Die von ihr behandelten Themen reichen von Mathematik (Informationstheorie) und Physik (Quantenmechanik) über Biologie (Bionik) bis zu Theorien über Bewusstsein, Kultur und Geschichte der Menschheit.^[1] Es muss betont werden, dass das Problem der Struktur von Ganzheiten innerhalb des Gesichtskreises der Kybernetik verschiedenartige Erscheinungsformen annimmt. Nichtsdestoweniger fehlt noch immer eine grundlegende Untersuchung zur formallogischen Struktur von Ganzheiten. Das alte Vorurteil, dass eine solche Forschungsarbeit geradezu aus dem (Be)Reich formaler, kodifizierbarer Prozeduren der Logik hinausführt, ist immer noch zu mächtig. Daran ändern auch gewisse Fortschritte, die bis jetzt gemacht wurden, nichts.

In einer bedeutsamen Abhandlung über biologische 'Koalitionen' (Zusammenschlüsse, Verbindungen)^[2] hat H. von Foerster hervorgehoben, dass solche Phänomene charakteristisch sind für – wie er es nennt – ein superadditives

such phenomena are characterized by what he calls, a super-additive nonlinear principle of composition where some measure Φ of the whole is more than the sum of the measures of its parts:

$$\Phi(x+y) > \Phi(x) + \Phi(y)$$

H. von Foerster's argument cannot be repeated in detail. It will be sufficient to say that by applying the concept of "logical strength" (Carnap, Bar-Hillel) according to which a truth function increases its strength with the number of negative values it applies the author shows that a "coalition" of two statements A and B signifies such a super-additive principle:

A	B	\equiv	$\&$
1	1	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
0	0	1	0

(I)

Table (I) shows on the left side the value constellations (0 for negative and 1 for positive) of the statements A and B. It is obvious that the logical strength of each is $\frac{1}{2}$. On the right side we have first the equivalence relation (\equiv) of A and B which gives us their average strength as a result of what may be called a normal adjunction. This average strength is, of course, again $\frac{1}{2}$. The last value sequence represents conjunction ($\&$), in von Foerster's words a "coalition", and the logical strength of the value sequence is in this case $\frac{3}{4}$ since, compared with the equivalence relation the last value of the sequence has turned from 1 to 0 which adds one quarter the strength of the function.

The argument used by von Foerster has the great merit of showing that a super-additive principle of logical strength is already extant in classic formal logic (and so is its opposite of super-subtractivity in disjunction). But the history of traditional logic has shown that the form in which super-additivity manifests itself in simple conjunctive relations does not

nichtlineares Kompositions- bzw. Gestaltungsprinzip, in dem ein gewisses Maß Φ des Ganzen mehr ist, als die Summe der Maße seiner Teile:

H. von Foersters Beweisführung kann hier nicht wiederholt werden. An dieser Stelle mag es genügen darauf hinzuweisen, dass der Autor den Begriff der 'logischen Strenge' bzw. Schärfe (Carnap, Bar-Hillel) – nach dem die Strenge einer Wahrheitsfunktion mit der Anzahl ihrer Negationswerte zunimmt – anwendet, um zu zeigen, dass eine 'Koalition' zweier Aussagen A und B als solch ein superadditives Prinzip begriffen werden kann:

Tafel I zeigt auf der linken Seite die Wertkonstellationen (0 für negativ und 1 für positiv) der Aussagen A und B. Es ist offensichtlich, dass die logische Strenge jeder Aussage $\frac{1}{2}$ ist. Auf der rechten Seite haben wir zuerst die Äquivalenz-Relation (\equiv) aus A und B, deren durchschnittliche logische Strenge sich als Ergebnis der üblicherweise als 'gewöhnliche Adjunktion' bezeichneten Operation ergibt. Ihre durchschnittliche logische Strenge beträgt natürlich wieder $\frac{1}{2}$. Die letzte Wertsequenz repräsentiert die Konjunktion ($\&$) – in von Foersters Worten eine 'Koalition' – und die logische Strenge der Wertserie ist in diesem Fall $\frac{3}{4}$, weil – verglichen mit der Äquivalenz-Relation – der letzte Wert der Reihe von 1 nach 0 gewechselt hat und damit ein Viertel zur logischen Strenge der Äquivalenz gezählt werden muss.

Der Argumentationsgang von Foersters hat den Vorteil, dass er zeigt, wie ein superadditives Prinzip logischer Strenge bereits in der klassischen formalen Logik besteht (und somit auch sein Gegenteil der Subtraktivität in der Disjunktion). Die Geschichte der traditionellen Logik zeigt jedoch, dass die Form (Gestalt), in der sich Super-Additivität in einer einfachen Konjunktions-Relation ausdrückt, nicht ausreicht, all die besonderen Eigenschaften von Ganzheiten, wie wir sie in Systemen hinreichender Kom-

suffice to develop all the peculiar characteristics of totalities which we find displayed in systems of reasonably high complexity. This is why the history of formal Aristotelian logic is accompanied by an equally long history of dialectic (non-formal) logic. The latter was supposed to take up the logical problems, where formal logic, due to its specific limitation, had to drop them.[³]

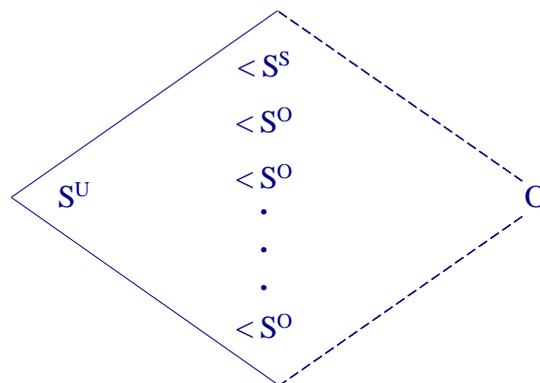
It will pay to investigate the basic shortcoming of traditional formal logic. To put it in a nutshell: it excludes the subject of thought from the logical picture of the Universe.[⁴] Thus this picture is entirely "objective" in the full double meaning of the term. It goes without saying that the mental image of the Universe, thus obtained, does not describe it as a totality. A very important structural element is missing in this logical imagery: the indubitable power of the Universe to form subsystems which act as centers of objective reflection as well as of self-reflection. But since this property is excluded it stands to reason that the totalities of lower order which we encounter in biology, psychology, social sciences or history are also outside the scope of traditional logic. They are parts of the Universe and available for their description are only the very same logical elements and procedures which are applicable to the objective world in its entirety. This means they cannot be described as totalities either.

It will help to understand the epistemological situation of our traditional formal logic (including modern mathematical logic!) if we draw a diagram:

plexität entfaltet finden, zu entwickeln. Dies ist der Grund, warum die Entwicklungsgeschichte der Aristotelischen Logik von einer ebenso langen Historie der nicht-formalen, dialektischen Logik begleitet wird. Das letztere war vermutlich die Ursache sich mit Problemen zu befassen, an welchen die formale Logik wegen ihrer spezifischen Begrenzungen fallengelassen werden musste.[3]

Es dürfte vorteilhaft sein, den fundamentalen Mangel der traditionellen formalen Logik zu erforschen. Um es in aller Kürze darzustellen: Sie schließt das 'denkende Subjekt' aus dem logischen Bild des Universums aus.[4] Folglich ist dieses Bild gänzlich "objektiv" in der vollen Doppeldeutigkeit dieses Begriffes. Dass das so erhaltene mentale Bild des Universums dieses nicht als Ganzheit darstellen kann, erübrigt sich fast zu sagen. In diesem logischen Bildwerk fehlt ein sehr wichtiges strukturelles Element; nämlich die unbezweifelbare Kraft des Universums Subsysteme zu entfalten, die sowohl als Zentren objektiver Reflexion, als auch selbstreflexiv wirken können. Da diese Fähigkeit ausgeschlossen wurde, leuchtet es ein, dass sich auch die Ganzheiten niedrigerer Ordnung, denen wir in Biologie, Psychologie, Soziologie und Historie begegnen, außerhalb des Horizonts der traditionellen Logik befinden. Sie sind Teile des Universums; zu ihrer Beschreibung sind jedoch einzig die allergleichen logischen Elemente und Prozeduren verfügbar, die auf die objektive Welt als Ganzes anwendbar sind. Das bedeutet, dass diese Teile nicht auch als Ganzheiten beschrieben werden können.

Zum Verständnis der erkenntnistheoretischen Situation, in der sich unsere traditionelle formale Logik (die mathematische Logik eingeschlossen) befindet, mag folgendes Diagramm (Bild 1) hilfreich sein:



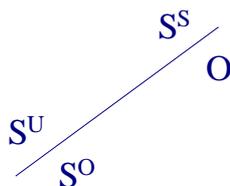
Fig_1

In this figure O means, of course, the objective world as reflected in the consciousness of a subject S... . But since subjectivity is a phenomenon shared by an indefinite number of relatively independent centers of self-reflection and, moreover, only one of them may, for the purpose of developing a theory of thinking, be regarded as *the* subject who thinks whereas the others are thought of, we have to distinguish three different meanings of S... . We show this by writing: S^U, S^S and S^O. With S^U we indicate what in traditional logic is usually called universal subjectivity (Kant's "Bewusstsein überhaupt"). When we write S^S (or subjective subject) we refer to what is in a given process of thinking the actual subject of the mental event. All the other potential subjects of thought are, of course, relative to the designated one (S^S) objective subjects, i.e. possible objects of the reflection of S^S. In our figure they are indicated by S^O.

The classic theory of thinking as expressed in all our present systems of logic assumes that subject (S^U) and object (O) represent logically speaking an absolute dichotomy: what is not object is necessarily subject and what is not subject is correspondingly object. It is assumed that looking at the world all subjects form a closed phalanx confronting the object and since they are all – in some unexplained manner – parts of the universal subject (S^U) they will have a common basis of thought. Because if S^S agrees in its reflection of O with S^U then the resulting judgments of S^S will be binding for all S^O. It follows that the general (metaphysical) dichotomy between S^U and O is reflected in a second order dichotomy which separates S^U and S^S from S^O and O.

In diesem Bild steht O natürlich für die objektive Welt, wie sie im Bewusstsein eines Subjektes S... reflektiert ist. Aber weil Subjektivität ein Phänomen ist, das sich auf eine unbestimmte Anzahl relativ voneinander unabhängiger Zentren der Selbstreflexion verteilt und überdies nur eines von diesen – wenn man eine Theorie des Denkens entwickeln will – als das Subjekt, welches denkt, betrachtet werden kann, während alle anderen Gedanken (Denkinhalte) von ihm sind, müssen wir zwischen drei verschiedenen Bedeutungen von S... unterscheiden. Wir taten dies, indem wir S^U, S^S und S^O einführten. Mit S^U bezeichnen wir, was in der traditionellen Logik üblicherweise das 'allgemeine (universale) Subjekt' genannt wird – (Kants 'Bewusstsein überhaupt'). Wenn wir S^S schreiben, dann beziehen wir uns auf das, was in einem gegebenen Denk-(Erkenntnis)-Prozess als aktuelles Subjekt des mentalen Ereignisses bezeichnet wird. All die anderen möglichen Subjekte des Denkens sind natürlich – relativ zu dem bezeichneten Subjekt S^S – objektive Subjekte, d.h. mögliche Objekte der Reflexion von S^S. In unserem Bild sind sie mit S^O bezeichnet.

Die klassische Denktheorie, wie sie sich in allen unseren gegenwärtigen logischen Systemen ausdrückt, unterstellt, dass Subjekt S^U und Objekt O – logisch gesprochen – eine absolute Dichotomie repräsentieren: Was nicht Objekt ist, ist notwendigerweise Subjekt, und was nicht Subjekt ist, ist dementsprechend Objekt. Es wird vorausgesetzt, dass alle Subjekte – wenn sie die Welt betrachten – eine geschlossene Phalanx (Front) bilden, die dem Objekt gegenübersteht und dass sie deshalb alle – ohne Ausnahme, weil sie Teile des universalen Subjekts S^U sind – eine gemeinsame Basis des Denkens haben müssen. Denn wenn S^S in seiner Reflexion von O mit S^U übereinstimmt, dann ist das sich daraus ergebende Urteil von S^S für alle S^O verbindlich. Daraus folgt, dass die allgemeine (metaphysische) Dichotomie zwischen S^U und O sich in einer zweiten sekundären dichotomischen Ordnung (in einer Dichotomie zweiter Ordnung) widerspiegelt, welche S^U und S^S von S^O und O trennt.



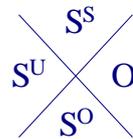
Fig_2

But since what is in the mental eye of the subjective subject (the self) only an objective sub-

Aber weil das, was dem subjektiven Subjekt (dem Ich) aus mentaler Sicht nur als objektives Subjekt (als Du)

ject (a thou) may in its turn become the thinker, Figure 2 is not complete, because S^U and S^O may also be dichotomically separated from S^S and O. Thus we obtain

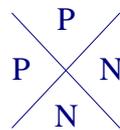
erscheint, selbst zum Denker werden kann, ist Bild 2 nicht vollständig, weil S^U und S^O von S^S und O auch dichotomisch getrennt werden können. Damit erhalten wir Bild 3.



Fig_3

The pattern obtained in Figure 3 yields if we replace S and O by P and N (P for positive and N for negative), the well known table of two-valued negation:

Wenn wir S und O durch P und N ersetzen (P für positiv und N für negativ) dann entsteht aus dem Muster von Bild 3 die wohl bekannte zweiwertige Negationstafel:



Fig_4

The distinction between S^U and S^S resp. S^O which has disappeared in Figure 4 re-occurs later as difference between partial and total negation and reflects itself in the qualification-alequivalences:

Der Unterschied zwischen S^U und S^S bzw. S^O , der in Bild 4 verschwunden ist, erscheint später wieder in der Differenz zwischen partieller und totaler Negation und spiegelt sich selbst wider in den bedingten Äquivalenzen:

$$\begin{aligned} (x)f(x) &\equiv \sim(Ex)\sim f(x) \\ \sim(x)f(x) &\equiv (Ex)\sim f(x) \\ (x)\sim f(x) &\equiv \sim(Ex)f(x) \\ \sim(x)\sim f(x) &\equiv (Ex)f(x) \end{aligned}$$

which may be derived from the laws of the famous square of opposition.

die sich aus den Gesetzen des berühmten Quadrates der Oppositionen ableiten lassen.

In other words: the founding relation of all classic thought and its ultimate basis on which everything is built is an *exchange relation of absolute symmetry* between total affirmation and total negation.[5] Its most famous expression is Hegel's terse remark at the beginning of his Dialectic logic: "Das reine Sein und das reine Nichts ist ... dasselbe"[6]. A formalized equivalent of it is

Mit anderen Worten: Die Fundierungsrelation (Ursprung, Basis) allen klassischen Denkens und seine letzte Basis auf der alles weitere aufbaut, ist die Umtauschrelation der absoluten Symmetrie zwischen totaler Affirmation (Bejahung) und totaler Negation (Verneinung).[5] Ihren berühmtesten Ausdruck findet sie in Hegels prägnanter Bemerkung am Anfang seiner dialektischen Logik: "Das reine Sein und das reine Nichts ist dasselbe".[6] Das formale Äquivalent dessen ist:

$$A \equiv \sim(\sim A)$$

which holds only in a two-valued system of logic where each value is the mirror image of the other.

was nur in einer zweiwertigen Logik gilt, wo jeder Wert das Spiegelbild des anderen ist.

There can be no doubt that the operational ba-

Es besteht kein Zweifel darüber, dass das operationale Fundament der klassischen Logik eine Umtauschrelation zwischen Subjekt und Objekt oder zwischen Abbildungs-

sis of classic logic is an exchange relation between subject and object or between a mapping process and that which is mapped. However, if we have a second look at Figure 2 or 3 we will notice that the complete symmetry of the exchange relation between S^{\dots} and O is guaranteed only by the introduction of the concept of a universal subject (S^U) which according to the metaphysical tradition of classic logic (e.g. Nicolaus Cusanus) is, ontologically speaking, identical with O .

The modern scientist who tries to discover the formulas in which the code of the Universe is written is usually not aware of the basic ontologic assumptions which govern his mode of thinking. But they show up in his results just the same. Because if S^U is ultimately identical with O then his world picture will contain no traces of bona fide subjectivity – as Schrödinger has pointed out correctly. And if S^{\dots} and O represent an exchange relation of enantiomorphic equivalence then the basic laws of Nature must obey the principle of reflection-symmetry (parity). Whenever a phenomenon shows up which seems to display the structural features of non-parity there will be cogent reasons for a turn to more general principles of reasoning which explain the event again in terms of reflection-symmetry. These reasons will not only be strong, nay, they will be invincible as long as we stick to the ontologic tradition of classic logic and its principle of reflection-symmetry.

We are here not concerned with the fate of parity in the future development of physics but it must be pointed out that the concept of Totality should be ruled out as logically analyzable if parity reigns supreme in our theory of thinking. We have given the main reason above: if the relation between thought and its object is basically understood as a symmetric exchange relation the phenomenon of subjectivity disappears. But a "totality" in which everything is reduced to objectivity can never be total because something is missing. A totality is, in Hegel's terminology:

prozess und Abbild (Abgebildetem) ist. Werfen wir jedoch noch einen weiteren Blick auf Bild 2 oder 3, dann bemerken wir, dass die vollkommene Symmetrie der Umtauschrelation zwischen S^{\dots} und O nur durch die Einführung des Begriffs des universalen Subjekts S^U sichergestellt ist, welches gemäß der metaphysischen Tradition der klassischen Logik (z.B. bei Nikolaus Cusanus) – ontologisch gesprochen – identisch mit O ist.

Der moderne Wissenschaftler, der die Regeln, nach denen der Code des Universums geschrieben ist, zu entschlüsseln sucht, ist sich normalerweise der fundamentalen ontologischen Voraussetzungen, die die Art und Weise seines Denkens beherrschen, nicht bewusst. Aber sie zeigen sich gerade deswegen in den Ergebnissen seiner Arbeit. Weil – wenn S^U letztlich identisch mit O ist – sein Weltbild keine Spuren von bona fide Subjektivität enthalten kann, was Schrödinger unmissverständlich klargelegt hat. Und wenn S^{\dots} und O eine Umtauschrelation enantiomorphischer Äquivalenz (wechselseitiger Überführbarkeit) bilden, dann müssen die fundamentalen Naturgesetze das Prinzip der 'reflexiven Symmetrie' (Parität, Gleichberechtigung) erfüllen.

Immer wenn ein Phänomen auftritt, das strukturelle Merkmale von Nicht-Parität zu zeigen scheint, werden sich triftige Gründe dafür finden, zu allgemeineren Prinzipien des Denkens zu wechseln, die das Ereignis dann wiederum in Begriffen der Reflexions-Symmetrie erklärbar machen. Diese Gründe mögen gar nicht zwingend sein, ja sie können – solange wir die ontologische Tradition der klassischen Logik und ihre Reflexions-Symmetrie nicht loslassen wollen – sogar unsichtbar bleiben.

Wir beschäftigen uns zwar hier nicht mit dem Schicksal der Parität in der zukünftigen Entwicklung der Physik, aber trotzdem wollen wir an dieser Stelle hervorheben, dass sich der Begriff der Ganzheit solange einer logischen Analysierbarkeit entziehen wird, bis die Parität als höchstes unsere Theorie des Denkens beherrschendes Prinzip, aufgegeben wird.

Den Hauptgrund dafür haben wir oben angegeben: Wenn die Relation zwischen Denkprozess und seinem Objekt (Denkinhalt) grundsätzlich als symmetrische Umtauschrelation begriffen wird, dann verschwindet das Phänomen der Subjektivität. Aber eine 'Ganzheit', in der alles und jedes auf Objektivität verkürzt wird, kann niemals ganz sein, weil eben etwas fehlt. Eine Ganzheit ist in Hegels Terminologie:

- 1) an iterated self-reflection of
- 2) a non-iterated self-reflection, and
- 3) a hetero-reflection.

If we permit, for the description of this structure, only logical operations which lead to reflection-symmetry then 1) is eliminated, and 2) and 3) turn out to be indistinguishable and logically identical ... because 1) is nothing else but the capacity of keeping 2) and 3) apart.

However, if the concept of the universal subject, i.e. of 'Bewusstsein überhaupt' (Kant), is eliminated the logical constraint to reduce everything to ultimate parity relations disappears. We will still have reflection-symmetry between S^S and S^O but not longer between S^{\dots} and O in general. In other words: it will turn out that the founding relation between subject and object or between Thought and Being is not a symmetrical exchange relation but something else. This is the point where the transition is made from formal classic logic of Aristotelian type to a theory of trans-classic, non-Aristotelian Rationality.

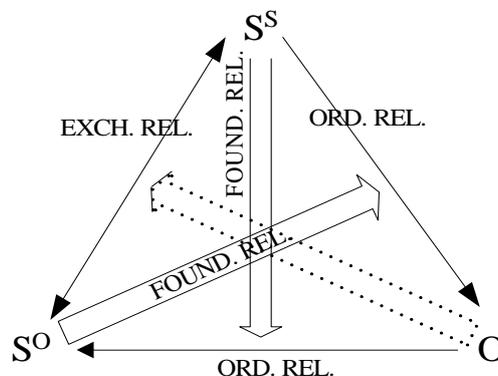
We begin by re-drawing Figure 1 omitting S^U and having the phalanx of the S^O replaced by a single S with the index O . We indicate the relations between S^S , S^O and O by arrows of four different shapes. According to the logical character of the relation an arrow will either be double-pointed or it will have one shaft or be double-shafted having either continuous or dotted lines. Figure 5 will then show the following configuration:

- 1) Eine iterierte (wiederholte) Selbstreflexion
- 2) einer nicht-iterierten Selbstreflexion und
- 3) eine Heteroreflexion.

Wenn wir zu Beschreibung dieser Struktur nur logische Operatoren, die zur Reflexions-Symmetrie führen, zulassen, dann ist 1) ausgeschlossen und 2) und 3) erweisen sich als nicht entscheidbar und logisch identisch, weil 1) nichts anderes ist als die Fähigkeit 2) und 3) auseinanderzuhalten.

Wenn wir jedoch den Begriff des universalen Subjekts, das heißt Kants 'Bewusstsein überhaupt' ausschließen, dann verschwinden die logischen Zwänge alles auf letztlich paritätische Relationen reduzieren zu müssen. Wir werden zwar noch Reflexions-Symmetrie zwischen S^S und S^O haben, aber nicht länger zwischen S^{\dots} und O im allgemeinen. Mit anderen Worten: Es wird sich herausstellen, dass die Fundierungsrelation zwischen Subjekt und Objekt oder zwischen Denken und Sein keine symmetrische Umtauschrelation ist, sondern irgend etwas anderes. Dies ist der Punkt, wo der Übergang von der formalen klassischen Logik Aristotelischen Typs zu einer transklassischen Nicht-Aristotelischen Rationalität (Denkweise) passiert.

Wir entwerfen nun unser Bild 1 neu, lassen S^U weg und ersetzen die Phalanx der S^O -s durch ein einziges S mit dem Index o . Wir bezeichnen ferner die Relationen zwischen S^S , S^O und O durch vier verschiedenartige Pfeile. Abhängig vom logischen Charakter der Relation wird ein Pfeil entweder aus Doppelpunkten, einfachen oder Doppellinien aufgebaut sein. Bild 5 hat dann den folgenden Aufbau:



Fig_5

If S^S designates a thinking subject and O its object in general (i.e. the Universe) the relation between S^S and O is undoubtedly an *ordered* one because O must be considered the content of the reflective process of S^S . On the other hand, seen from the view-point of S^S any other subject (the Thou) is an observed subject and it is observed as having its place *in* the Universe. But if S^S is (part of) the content of the Universe we obtain again an ordered relation, this time between O and S^O . There remains the direct relation between S^S and S^O . This is obviously of a different type. S^O is not only the passive object of the reflective process of S^S . It is in its turn itself an active subject which may view the first subject (and everything else) from its vantage-point. In other words S^O may assume the role of S^S thus relegating the original subject, the Self, to the position of the Thou. And there is neither on earth nor in heaven the slightest indication that we should prefer one subjective vantage-point for viewing the Universe to another. In short, the relation between S^S and S^O is not an ordered relation. It is a completely symmetrical *exchange* relation, like "left" and "right". An ordered relation between different centers of subjective reflection cones into play only if we re-introduce the concept of a universal subject which contains all human "souls" as computing sub-centers.[7] Of the two relations we have so far considered, the exchange relation is symmetrical and the ordered relation represents non-symmetry.

There is, however, one more relation to be considered which combines in a peculiar way the aspects of symmetry and non-symmetry. In the previous two cases the members or arguments of the relation could be considered as unanalyzed units. Or to talk in terms of our diagram, the relations hold between

$$\begin{array}{lcl} S^S & \rightarrow & O \\ O & \rightarrow & S^O \\ S^O & \leftrightarrow & S^S \end{array}$$

as the corners of our triangle. What we still have to consider is the relation any of the three

Wenn S^S ein denkendes Subjekt bezeichnet und O sein allgemeines Objekt (d.h. das Universum), dann ist die Relation zwischen S^S und O ohne Zweifel eine *Ordnungsrelation*, weil O als Inhalt des Reflexionsprozesses S^S gedacht werden muss. Andererseits ist aus der Sicht von S^S jedes andere Subjekt (das Du) ein beobachtetes Subjekt und es wird als seinen Ort im Universum habend wahrgenommen, d.h. es besetzt eine Stelle in der Welt. Aber wenn S^O (ein Teil) des Inhalts des Universums ist, dann erhalten wir wiederum eine Ordnungsrelation; diesmal jedoch zwischen O und S^O . Nun bleibt noch die direkte (unmittelbare) Relation zwischen S^S und S^O . Diese ist offensichtlich von anderem Typ. S^O ist nicht nur das passive Objekt des Reflexionsprozesses von S^S . Es wird in seiner Umkehrung selbst aktives Subjekt, das das erstgenannte Subjekt (und alle weiteren) aus seiner Sicht betrachten kann. Mit anderen Worten: S^O kann die Rolle von S^S übernehmen, indem es das ursprüngliche Subjekt – das Ich – auf den Platz des Du verweist. Und es gibt weder, auf Erden noch im Himmel den geringsten Hinweis dafür, warum – zur Betrachtung des Universums – ein subjektiver Standpunkt dem anderen vorgezogen werden sollte. Kurz gesagt: Die Relation zwischen S^S und S^O ist keine Ordnungsrelation. Sie ist eine vollkommen symmetrische *Umtauschrelation*, ähnlich wie 'links' und 'rechts'. Eine Ordnungsrelation zwischen verschiedenen Zentren subjektiver Reflexion kommt nur dann ins Spiel, wenn wir den Begriff des universalen Subjekts, das alle menschlichen 'Seelen' als rechnende Subzentren umfasst, wieder einführen.[7]

Von den beiden bis jetzt betrachteten Relationen ist die Umtauschrelation symmetrisch und die Ordnungsrelation nicht-symmetrisch.

Es gilt jedoch noch eine weitere Relation zu beachten, die in einer eigentümlichen Weise die Aspekte von Symmetrie und Nicht-Symmetrie verbindet. In den beiden vorangehenden Fällen können wir die beiden (Mit)Glieder oder Argumente der Relation als ungeteilte Einheiten betrachten. Oder um es in Begriffen unserer Grafik auszudrücken: Die Relationen, die zwischen

als Eckpunkte unseres Dreieckes gelten. Was wir jedoch noch zu betrachten haben, ist jene Relation,

terms S^S , O and S^O may assume to the relation which holds between the other two terms. From a purely combinational view-point three possibilities exist for a demanded relation ... r^F ... they are:

$$\begin{aligned} S^S r^F (O \rightarrow S^O) \\ O r^F (S^O \leftrightarrow S^S) \\ S^O r^F (S^S \rightarrow O) \end{aligned}$$

From these we shall, for the time being at least, eliminate the second. It tells us nothing new. It describes only the situation we are familiar with from classic (two-valued) logic where all subjects $S \dots$ form, what we called earlier in this paper a "closed phalanx" excluding the object from themselves and thus obtaining an "objective" aspect of the Universe. Consequently $Or^F(S^O \leftrightarrow S^S)$ only informs us that if O develops its mirror image in $S \dots$ it will do so in dichotomic terms of positive and negative forming a strict exchange relation since $S \dots$ will be either S^S or S^O and a Tertium will always be excluded.[⁸] We have pointed out before that such an exclusion principle obviates our conceiving totalities in terms of traditional logic. Since the relation $Or^F(S^O \leftrightarrow S^S)$ is known to logic since the times of Aristotle and has its own specific properties we distinguish its graphic representation from the other two by having drawn it with dotted lines.

However, the other two relations of the type ... r^F ... have so far not obtained a legitimate place in formal logic. They define the way in which an individual consciousness (as a logical subject) may establish its position confronting the world. Formally speaking it is the relation any of the two realizations of $S \dots$, namely S^S or S^O , may have toward the connection of the other $S \dots$ and O . We call this the *founding* relation (r^F) because by it, and only by it, a self-reflective subject separates itself from the whole Universe which thus becomes the potential contents of the consciousness of a Self gifted with awareness. In contrast to it the classic relation $Or^F(S^O \leftrightarrow S^S)$ is still a founding relation – but not for consciousness. Not a self-reflective subject but only the *content* of

die jeder einzelne der drei Begriffe S^S , O und S^O zur Relation, die zwischen den beiden anderen gilt, annehmen kann. Aus rein kombinatorischer Sicht gibt es für diese geforderte Relation ... r^F ... folgende drei Möglichkeiten:

Von diesen drei Relationen sollten wir – mindestens vorläufig – die zweite ausschließen. Sie sagt uns nichts Neues. Sie beschreibt nur die Situation, mit der wir aus der klassischen (zweiwertigen) Logik vertraut sind, wo alle Subjekte $S \dots$ eine – wie wir es an früherer Stelle genannt haben – 'geschlossene Front' bilden, die das Objekt von ihnen absondert und sich damit eine 'objektive' Sicht des Universums verschafft.

Deshalb sagt uns $Or^F(S^O \leftrightarrow S^S)$ nur, dass wenn O sein Spiegelbild in $S \dots$ erzeugt, es dies in dichotomen Begriffen von 'positiv' und 'negativ' tun wird, indem es eine strenge Umtauschrelation aufbaut, weil $S \dots$ nur entweder S^S oder S^O sein darf und ein Drittes ausgeschlossen sein muss.[⁸] Wir haben vorhin betont, dass solch ein Ausschluss es grundsätzlich verhindert, Ganzheiten in Termen im Sinne der traditionellen Logik zu begreifen. Deshalb ist die Relation $Or^F(S^O \leftrightarrow S^S)$ seit der Zeit des Aristoteles bekannt und hat damit ihre besonderen Eigenarten. Dies versuchten wir in der grafischen Repräsentation hervorzuheben, indem wir sie als Doppelpunkt-Linie gezeichnet und dadurch von den beiden anderen Relationen unterschieden haben.

Die anderen beiden Relationen ... r^F ... haben bis jetzt jedoch noch keinen legitimen Platz in der formalen Logik. Sie definieren die Art und Weise, in der ein individuelles Bewusstsein (als logisches Subjekt) seine Stellung (Haltung, Position) gegenüber der Welt durchsetzen kann. Formal gesprochen ist die Relation irgendeine der beiden Verwirklichungsmöglichkeiten von $S \dots$, nämlich S^S oder S^O , die eine Verbindung zu den anderen $S \dots$ und O hin haben kann. Wir nennen sie die *Fundierungsrelation* r^F , weil durch sie, und nur durch sie, ein selbstreflexives Subjekt sich selbst vom ganzen Universum absondern kann und dieses Universum dadurch zu seinem möglichen Denkinhalt machen kann. Im Gegensatz zu ihr ist die klassische Relation $Or^F(S^O \leftrightarrow S^S)$ auch eine Fundierungsrelation – aber nicht für das Bewusstsein. Nicht ein selbstreflexives Subjekt, sondern nur der

the consciousness of a potential subject is established by it.

In Figure_5 the founding relations for subjectivity are indicated by the double-shafted arrows which issue from S^S and S^O and hit the center of the opposite side of the triangle. These arrows illustrate in diagrammatic form the relations between consciousness as a self-reflective activity and the world in general. The world is always *both* O (bona fide objectivity) and S^O subjects viewed as part of the objective world ... where S^O is always excluded only as S^S . This last statement seems to be contradicted by our figure because the arrow issuing from S^O seems to point to a world which includes S^S and O. This is the unavoidable fault of a still picture. An adequate representation would demand a moving picture in which the double shafted arrow would oscillate between S^S and S^O . One should not forget: what is in our diagram S^O may at any time assume the role of S^S , thus relegating the latter to the logical position of S^O . Let us repeat that S^S and S^O constitute the exchange relation between subjectivity as the Self and the other subject which appears to the Self as the Thou. For any given logical position only one of the two double-shafted arrows represents actualization of a center of self-reflection. Since such actualization requires all *three* components S^S , S^O and O it is impossible if we have located the center in S^S to find it also in S^O . But it has no fixed status in S^S and it may be shifted to S^O . Fichte calls this "die Duplizität im Ich" because, as he puts it, such a center of self-reflection can neither be fully identified as an existing entity (als seiend) nor as a structural principle of active organization (als Prinzip). This is the Duplicity of the Self.[9]

What we have so far ignored in our contraposition of S^S and S^O is the fact, well known to all of us, that no Ego, or Self exists in solipsistic splendour and that this universe of ours permits the coexistence of an indefinite number of centers of self-reflection who all claim to be thinking Egos comprising the total realm of Being as potential contents of their aware-

Inhalt des Bewusstseins eines möglichen Subjekts wird durch sie eingeführt.

In Bild 5 sind die Fundierungsrelationen für die Subjektivität als doppelinnige Pfeile dargestellt, die in S^S und S^O entspringen und die jeweils gegenüberliegende Seite des Dreiecks in ihrer Mitte treffen. Diese Pfeile zeigen in grafischer Form die Beziehungen zwischen Bewusstsein als selbstreflexivem Prozess und der Welt im allgemeinen. Diese Welt ist immer *beides*: O als bona fide Objektivität und S^O , wenn Subjekte als Teil der objektiven Welt betrachtet werden, aus der S^O genauso wie S^S immer ausgeschlossen bleiben. Diese letzte Behauptung scheint unserem Bild 5 zu widersprechen, wo der in S^O entspringende Pfeil auf eine Welt hinzuweisen scheint, die S^S und O einschließt. Dies zeigt den unvermeidbaren Mangel eines stehenden (ruhenden) Bildes. Eine angemessene Darstellung des wirklichen Sachverhaltes würde ein bewegtes Bild erfordern, in dem der doppelinnige Pfeil zwischen S^S und S^O hin und her oszillieren müsste. Eines darf jedoch dabei nicht vergessen werden: Was in unserer Grafik S^O bezeichnet, kann jederzeit die Rolle von S^S übernehmen und dieses S^S damit an den logischen Ort von S^O verweisen. Wir wollen noch einmal wiederholen, dass S^S und S^O eine Umtauschrelation zwischen Subjektivität als Ich und dem anderen Subjekt, das dem Ich als Du erscheint, bilden. Für einen gegebenen logischen Ort stellt jedoch nur jeweils einer der beiden doppelinnigen Pfeile die Verwirklichung eines Selbstreflexions-Zentrums dar. Weil eine solche Verwirklichung alle drei Komponenten S^S , S^O und O erfordert, ist es unmöglich, das Zentrum auch in S^O zu finden, wenn wir es in S^S lokalisiert haben. Es hat jedoch in S^S keinen fixierten Status, sondern kann jederzeit nach S^O wechseln. Fichte nennt dies 'die Duplizität im Ich', weil – wie er ausführt – ein solches Zentrum der Selbstreflexion weder als existierende Entität (als seiend), noch als strukturierendes Prinzip aktiver Organisation voll identifiziert werden kann. Dies ist die Duplizität des Ich.[9]

Was wir bis jetzt in unserer Gegenüberstellung von S^S und S^O ignoriert haben, ist die uns allen wohlbekannte Tatsache, dass kein Ich oder Selbst in solipsistischer Großartigkeit existiert und dass diese unsere Welt die Koexistenz einer unbestimmten Anzahl von Selbstreflexionszentren erlaubt, die alle für sich beanspruchen denkende Ichs zu sein und als solche die ganze Wirklichkeit des Seins als mögliche Bewusstseinsinhalte umfassen können. Es ist deshalb offensichtlich, dass die Um-

ness. It is obvious, therefore, that the exchange relation is an *exclusive* disjunction on a level of reflection which is identified with the logical position of S^S .

But an impartial observer, S^{SS} , who assumes his place neither in S^S or S^O but "outside" of Figure 5 will come to a different conclusion. He will still concede the existence of a disjunctive relation between two subjects but to him this disjunction must be inclusive. He is forced to admit that two concurring $S\cdots$ may both be S^S although relative to him both will be S^O as long as he is claiming the exalted position of an S^S of higher reflexive capacity.

But this claim also extracts from the "outside" observer, S^{SS} an interesting admission. He will state that, seen from his vantage point, the inclusive disjunction does not only hold in the case of:^[10]

$$S^S r^F(O \rightarrow S^O) \vee S^O r^F(S^S \rightarrow O) \tag{1}$$

but also in the other two cases:^[11]

$$\begin{aligned} S^O r^F(S^S \rightarrow O) \vee Or^F(S^S \leftrightarrow S^O) & \tag{2} \\ S^S r^F(O \rightarrow S^O) \vee Or^F(S^S \leftrightarrow S^O) & \tag{3} \end{aligned}$$

provided, of course, that he uses a two-valued logic. But in doing so he realizes by self-reflection that he has committed a momentous logical mistake. Since in classic logic only two values are available for the determination of the distinction between subject and object, it is impossible to describe the *triadic* relation between the subjective subject; the objective subject and the object.

The common fallacy committed by logicians who reason along traditional lines is that if subject and object are different it is sufficient to assign different values to them. But since the structure of classic negation represents a symmetric exchange relation and since there can be no preference to assign a definite value to $S\cdots$ or to O , it is impossible to distinguish the subject from the object by saying, for instance, that the positive value ultimately designates the object (because we describe the

tauschrelation eine *exklusive* Disjunktion sein muss und zwar auf einer Reflexionsebene, die durch den logischen Ort von S^S festgelegt ist.

Ein unparteiischer Beobachter S^{SS} jedoch, der seinen Platz weder in S^S noch in S^O , sondern 'außerhalb' von Bild 5 hat, wird zu einem unterschiedlichen Ergebnis kommen. Er wird zwar noch die Disjunktionsrelation zwischen zwei Subjekten einräumen, aber für ihn wird diese Disjunktion inklusiv sein. Er ist gezwungen anzuerkennen, dass zwei miteinander konkurrierende $S\cdots$ beide S^S sein können, obwohl relativ zu ihm beide so lange S^O sein werden, als er seine abgehobene Position eines S^S höherer reflexiver Fähigkeit beansprucht.

Dieser Anspruch des 'externen' Beobachters S^{SS} entlockt ihm jedoch auch ein interessantes Zugeständnis. Er wird feststellen, dass – aus seiner Sicht – die inklusive Disjunktion nicht nur im Fall [10] von

gilt, sondern auch in den anderen zwei Fällen [11]:

vorausgesetzt natürlich, dass er eine zweiwertige Logik verwendet. Aber wenn er dies tut, dann erkennt er durch Selbstreflexion, dass er einem folgenschweren logischen Irrtum erlegen ist. Da in der klassischen Logik zur Bestimmung des Unterschieds zwischen Subjekt und Objekt nur zwei Werte verfügbar sind, ist es unmöglich, die triadische Relation zwischen dem subjektiven Subjekt, dem objektiven Subjekt und dem Objekt zu beschreiben.

Traditionell denkende Logiker erliegen gewöhnlich dem Trugschluss, dass es – um Subjekt und Objekt zu unterscheiden – hinreichte, diesen verschiedene Werte zuzuweisen. Weil aber die Struktur der klassischen Negation durch eine symmetrische Umtauschrelation repräsentiert wird und weil in der Zuweisung eines bestimmten Wertes weder $S\cdots$ noch O bevorzugt werden können, ist es unmöglich, das Subjekt vom Objekt dadurch zu unterscheiden, dass man etwa sagt, der positive Wert bezeichne letztendlich das Objekt (weil wir das Universum durch affirmative Aussagen beschreiben) und der negative Wert

Universe in affirmative statements) and that the negative value refers to the subject. Although there can be no doubt that the existence of negational processes is a symptomatic index for the presence of subjectivity in the Universe, it is not one or the other value which points to the subject but their mutual relation which displays "Reflexionsidentität" in contrast to the one-valued, stable and irreflexive identity which is incorporated in the bona fide object

Nevertheless, it is indeed possible to determine the distinction between subject and object by logical values. Not by assigning *another* value to the subject but by engaging *two* values for the designation of *one* identity. And since we can think at least of one more theme beyond a) object, b) subject namely "reality" as the ultra-conscious context c) in which object and subject cooperate we would have to allot three values for the identity theory of c). In the case that we may be able to conceive something of even higher logical order, the difference between it and everything else would be determined by a tetradic structure of values.

The following table (II) will illustrate this relation between object designation, logical theme, value differential and n-valued logical system:

theme		value-differential	log. value-system
object	non-object		
1	1	0	2
1	2	1	3
1	3	2	4
1	4	3	5
...

(II)

Since the object, completely isolated from the subject, is designated, by one and only one value, the object column only repeats this number. In classic logic the numerical difference between the values for the object and those which designate the subject – or anything else for that matter – is zero. The third column therefore starts with 0. This informs us that the only way to think of a subject or any system gifted with self- reflection, is to conceive it as

beziehe sich auf das Subjekt. Obwohl kein Zweifel darüber besteht, dass die Existenz von Negationsprozessen ein bezeichnender Hinweis für die Anwesenheit von Subjektivität im Universum ist, ist es nicht der eine oder andere Wert, der auf das Subjekt hinweist, sondern es ist ihre wechselseitige Relation, die – im Gegensatz zu der im bona fide Objekt verkörperten einwertigen starren irreflexiven Identität – Reflexions-Identität entfaltet.

Dessen ungeachtet ist es tatsächlich möglich, den Unterschied zwischen Subjekt und Objekt durch logische Werte zu bestimmen. Und zwar nicht dadurch, dass man dem Subjekt einen anderen Wert zuweist, sondern indem man zur Bezeichnung einer Identität zwei Werte heranzieht. Und da wir außer an a) Subjekt und b) Objekt zumindest noch ein weiteres Thema denken können, nämlich 'Wirklichkeit' als der überbewusste Kontext c), in welchem Objekt und Subjekt kooperieren, werden wir für eine Identitätstheorie von c) drei Werte bewilligen müssen. Falls wir etwas von noch höherer logischer Ordnung begreifen wollen, dann wird die Differenz zwischen dem und allem weiteren durch eine tetradische Wertstruktur bestimmt.

Die folgende Tafel II zeigt diese Relation zwischen Objektbezeichnung, logischem Thema, Wertdifferenz und m-wertigem logischen System.

Weil das Objekt – vollkommen isoliert vom Subjekt – durch einen – und nur durch einen Wert bezeichnet ist – wiederholt sich in der Objektspalte immer nur diese Zahl. In der klassischen Logik ist die numerische Differenz zwischen den Werten für das Objekt und jenen, welche das Subjekt – oder überhaupt alles andere – bezeichnen, gleich Null. Die dritte Spalte beginnt deshalb mit 0, was bedeutet, dass der einzige Weg, ein Subjekt – oder jedes andere mit Selbstreflexion ausgestattete System – zu denken darin besteht, es als ein Objekt zu begreifen, d.h.

an object – which means *without* self-reflection. In other words: the first theoretical approximation to the problem of subjectivity is offered in a three-valued logic. Here again one value designates the object, but two are left over for everything which is not an object. The numerical difference between the values assignable to the object and non-object is now 1. Something can now be said (in terms of logical structure) about the non-object which would differ from all statements about bona fide objects.^[12]

Our ideal observer who contemplates the relations between subject and object as illustrated in the triangle of Fig. 5 must ultimately arrive at the conclusion that table (II) is applicable in his case. *He cannot differentiate between himself and the triangle unless he assigns to himself a logical value which does not occur in the triangle.* But what is sauce for the goose is sauce for the gander. Our observer expects that S^S in the triangle is capable of differentiating between itself and O. Consequently he has to concede that S^S in contradistinction to O possesses an additional value. Since O is described in a two-valued system, the description of the triangle requires a three-valued logic. Finally this description is the content of the consciousness of our ultimate observer who must consequently reason with four-valued structures.

However, as soon as our observer realizes that the founding relations in Fig. 5 obey the laws of a three-valued logic, he realizes that not all the inclusive disjunctions which he established in the formulas 1), 2) and 3) are analytic formulas and generally valid. He will find that only 1) still holds and that the disjunctive relation in S^{\dots} between S^S and S^O is indeed basic and invariant to a transition into a higher-valued system. With regard to 3) he will discover that its general validity has completely disappeared. Formula 2), on the other hand, has assumed a peculiar equivocality. Since a three-valued logic operates with five negational states^[12] – where two-valued logic uses just one – an exchange-relation may be

ohne Selbstreflexion. Mit anderen Worten: Die erste theoretische Annäherung an ein System der Subjektivität eröffnet sich in einer dreiwertigen Logik. Hier bezeichnet wiederum ein Wert das Objekt, aber es bleiben zwei Werte übrig für alles, was nicht ein Objekt ist. Die numerische Differenz zwischen dem dem Objekt und Nicht-Objekt zuweisbaren Werten ist nun 1. Jetzt kann über Nicht-Objekte etwas ausgesagt werden (in Begriffen logischer Strukturen), was sich von allen Aussagen über bona fide Objekte unterscheiden wird.^[12]

Unser ideeller Beobachter, der die Relationen – so wie in Bild 5 dargestellt – betrachtet, muss letztlich zur Schlussfolgerung gelangen, dass Tafel II in seinem Fall anwendbar ist. Er kann nicht zwischen sich selbst und dem Dreieck unterscheiden, es sei denn, er weist sich selbst einen Wert zu, der im Dreieck nicht auftritt.

Aber – was dem einen recht ist, das ist dem anderen billig. Unser Beobachter erwartet, dass S^S im Dreieck zwischen sich selbst und O unterscheiden kann. Folglich muss er anerkennen, dass S^S im Gegensatz zu O einen zusätzlichen Wert besitzen muss. Da O in einem zweiwertigen System beschrieben ist, erfordert die Beschreibung des Dreiecks eine dreiwertige Logik. Letztendlich ist diese Beschreibung aber Bewusstseinsinhalt unseres äußeren Beobachters, der folglich in vierwertigen Strukturen denken muss.

Sobald jedoch unser Beobachter erkennt, dass die Fundierungsrelation in Bild 5 den Gesetzen einer dreiwertigen Logik gehorcht, erkennt er auch, dass nicht alle inklusiven Disjunktionen – die er in den Formeln (1), (2) und (3) eingeführt hat – analytische Formeln und allgemein gültig sind. Er wird finden, dass nur (1) immer gilt und dass die disjunktive Relation in S^{\dots} zwischen S^S und S^O tatsächlich grundlegend und beim Übergang in ein höherwertiges System invariant ist. Im Hinblick auf (3) wird er entdecken, dass ihre Allgemeingültigkeit total verschwindet. Formel (2) andererseits hat eine eigentümliche Zweideutigkeit angenommen. Da eine dreiwertige Logik mit fünf Negationszuständen arbeitet^[12] – während eine zweiwertige Logik nur eine verwendet – kann eine Umtauschrelation auf fünf verschiedene Arten interpretiert werden. In drei von diesen fünf Fällen wird die Formel (2) genau so gelten wie (3), d.h. für alle möglichen Zustände des Systems von Bild 5. In den zwei anderen Fällen wird Formel (2) dann ungültig werden, wenn das System O, S^O , S^S die folgenden Werte annimmt: Die klassi-

interpreted in five different ways. In the case of three of them formula 2) will be as valid as 3); i.e. for all possible states of the system of Fig 5. In the case of two others formula 3) will be invalid if the system O, S^O, S^S assumes the following values: classic negation for O and the irreflexive value for S^O as well as S^S . This is a most significant result!

Unfortunately the scope of this paper precludes an interpretation and discussion of such details no matter how important they are. This investigation intends only to show that the concept of Totality or Ganzheit is closely linked to the problem of subjectivity and trans-classic logic and that it is based on three basic structural relations:

an *exchange* relation between logical positions
 an *ordered* relation between logical positions
 a *founding* relation which holds between the member of a relation and a relation itself.

It may be said that the hierarchy of logical themes as indicated in table (II) represents an hierarchy of implicational power. All themes have in common that they are self-implications; they imply themselves. However the first theme (objective existence) implies only itself and nothing else. In this respect it differs from any succeeding theme which implies itself as well as all subordinated themes. For this reason it is proper to call the initial theme "irreflexive" and all the following "reflexive". Irreflexivity means that something we think of is only an implicate but not an implicand for something else. On the other hand if we refer logically to reflexivity we mean that our (pseudo-)object of thought is an implicand relative to a lower order and as well an implicate relative to a theme that follows it in the hierarchy of table (II).

We are now able to establish the fundamental law that governs the connections between *exchange*-, *ordered*- and *founding*-relation. We discover first in classic two-valued logic that affirmation and negation form an *ordered* relation. The positive value implies itself and only itself. The negative value implies itself *and* the

sche Negation für O und den irreflexiven Wert sowohl für S^O als auch für S^S . Das ist ein sehr wichtiges Ergebnis!

Unglücklicherweise schließt der Blickwinkel dieser Untersuchung eine Interpretation und Erörterung dieser Details aus, so wichtig sie auch sein mögen. Diese Untersuchung will nur zeigen, dass der Begriff der Ganzheit untrennbar mit dem Problem der Subjektivität und einer transklassischen Logik verbunden ist und dass dieses Konzept auf drei grundlegenden strukturellen Relationen basiert:

Einer Umtausch-Relation zwischen logischen Orten,
 einer Ordnungs-Relation zwischen logischen Orten und
 einer Fundierungs-Relation, die zwischen den
 (Mit)Gliedern einer Relation und der Relation selbst gilt.

An dieser Stelle muss gesagt werden, dass die in Tafel 2 gezeigte Hierarchie der logischen Themen eine Hierarchie verwobener Mächtigkeit darstellt. Allen Themen ist gemeinsam, dass sie Selbst-Implikationen sind – sie beziehen sich selbst ein. Aber das erste Thema (objektive Existenz) bezieht nur sich selbst und nichts sonst ein. In dieser Hinsicht unterscheidet es sich von allen folgenden Themen, die sowohl sich selbst, als auch alle untergeordneten Themen einbeziehen. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, dass Ursprungsthema als 'irreflexiv' zu bezeichnen und alle folgenden als 'reflexiv'. Irreflexivität bedeutet, dass alles, an was wir denken nur ein Implikat, aber kein Implikand für alles folgende ist. Wenn wir uns andererseits logisch auf die Reflexivität beziehen, dann meinen wir damit, dass unser (Pseudo-)Objekt des Denkens sowohl ein Implikand – bezogen auf niedrigere Ordnungen – als auch ein Implikat – bezogen auf ein Thema, das ihm in der Hierarchie der Tafel 2 folgt – sein kann.

Wir sind nun in der Lage, das grundlegende Gesetz einzuführen, das den Zusammenhang zwischen Umtausch-, Ordnungs- und Fundierungs-Relation regelt. Zuerst entdecken wir, dass in der klassischen zweiwertigen Logik Affirmation und Negation eine Ordnungs-Relation bilden. Der positive Wert impliziert sich selbst und nur sich selbst. Der negative Wert impliziert sich selbst und den positiven. Mit anderen

positive. In other words: affirmation is never anything but implicate and negation is always implication. This is why we speak here of an *ordered* relation between the implicate and the implicand. The name of this relation in classic two-valued logic is – inference.

It is now necessary to remember that the possibility of coexistence of two independent subjects (I and Thou) in the Universe is based on an *exchange* relation between equipollent centers of reflection. Moreover, these subjects are all capable of being implicands. More objects do not operate inferentially. That means they do not imply anything else.

If we now consider the *founding* relation in which a subject constitutes itself as diametrically posed relative to all objects and the *total* objective concept of the Universe we will discover that this relation represents an interesting synthesis of *exchange* and *order*. The *founding* relation is in itself an *exchange* relation in so far as the linking subject (S^S) may assume the logical position of the other subject which is thought of (S^O). S^O may in its turn assume the rank of S^S . Any two centers of subjective reflection of the same order mutually imply each other. But such an exchange does not operate between S^{\dots} and O . As we pointed out before: the bona fide object cannot infer the subject and by doing so usurp the role of a subject. If it could it would imply that subjects are irreflexive entities which for a subject is a *contradictio in adjecto*.

It follows that the relation between implicate and implicand has two different aspects: between two subjects this relation assumes the role of a symmetrical *exchange*. Between subject and object it appears however as an *ordered* relation. The *founding* relation is therefore also an ordered relation. Or to put it differently: the founding relation is a combination of *exchange* and *order*. What is the implicand (S^S) may become the implicate *not relative to* O but to our impartial observer S^{SS} . We might say that the *founding* relation is a concatenation of sequences of *exchange* and sequences

Worten: Affirmation ist niemals etwas anderes als Implikat und Negation ist immer Implikation. Das ist es, warum wir hier von einer Ordnungs-Relation zwischen dem Implikat und dem Implikanden sprechen. Diese Relation wird in der klassischen zweiwertigen Logik als Inferenz bezeichnet.

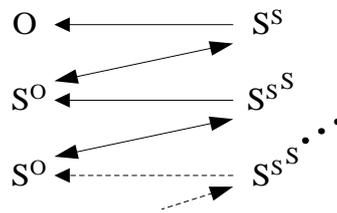
An dieser Stelle ist es notwendig, daran zu erinnern, dass die Möglichkeit der Koexistenz von zwei unabhängigen Subjekten (Ich und Du) im Universum, auf einer Umtausch-Relation zwischen äquipollenten (gleich geltenden, aber verschieden formulierten) Reflexionszentren basiert. Überdies sind diese Subjekte alle fähig, Implikanden zu sein. Reine Objekte operieren nicht inferentiell, d.h. sie beziehen nichts anderes ein.

Betrachten wir nun die Fundierungs-Relation, in der ein Subjekt sich selbst relativ zu allen Objekten und dem total objektiven Plan des Universums diametral absetzt, dann entdecken wir, dass diese Relation eine interessante Synthese von Umtausch und Ordnung repräsentiert. Die Fundierungs-Relation ist in sich selbst eine Umtausch-Relation insofern, als das verbindende Subjekt S^S den logischen Ort des anderen Subjektes, das als S^O gedacht wird, einnehmen kann. So kann in seinem Wechsel, den Rang von S^S einnehmen. Je zwei subjektive Reflexionszentren derselben Ordnung können sich wechselseitig einbeziehen. Ein solcher Wechsel ist jedoch zwischen S^{\dots} und O nicht möglich. Wie wir bereits früher ausführten: Das bona fide Objekt kann das Subjekt: nicht einschließen und sich dadurch seine Rolle aneignen. Könnte es das, dann würde das bedeuten, dass Subjekte irreflexive Entitäten sind, was für ein Subjekt eine *contradictio in adiecto* wäre.

Daraus folgt, dass die Relation zwischen Implikat und Implikand zwei unterschiedliche Aspekte hat: Zwischen zwei Subjekten nimmt diese Relation die Rolle eines symmetrischen Umtausches an, zwischen Subjekt und Objekt erscheint sie jedoch als Ordnungs-Relation. Die Fundierungs-Relation ist deshalb auch eine Ordnungsrelation. Mit anderen Worten: Die Fundierungsrelation ist eine Kombination von Umtausch und Ordnung. Was der Implikand S^S ist, kann zum Implikat werden, jedoch nicht relativ zu O , sondern zu unserem unbefangenen Beobachter S^{SS} . Wir können daher sagen, dass die Fundierungs-Relation eine Verkettung von Sequenzen von Umtausch- und Sequenzen von Ordnungs-Relationen ist.

of *ordered* relations.

The diagram of Fig._6 will illustrate what we mean:



Fig_6

Fig._6 indicates a sequence of single-pointed and a second sequence of double-pointed arrows such that a single-pointed arrow always alternates with a double-pointed one. A concrete example of what the figure illustrates is the father-son relation. This is first an ordered relation. But the son can also become a father. In this sense father-son is also an exchange relation. But the son does not acquire the status of father relative to his own father but relative to the grandson of his father. In abstract terms: what is member (or argument) of the ordered relation $O \leftarrow S^S$, namely S^S , may become an argument of an exchange relation not relative to O but relative to S^{SS} which implies this *exchange* $S^S \leftrightarrow S^O$.

Thus we may say: the *founding*-relation is an *exchange*-relation based on an *ordered*-relation. But since the *exchange*-relations can establish themselves only between *ordered* relations we might also say: the *founding*-relation is an *ordered* relation based on the succession of *exchange*-relations.[13] When we stated that the *founding*-relation establishes subjectivity we referred to the fact that a self-reflecting system must always be:

self-reflection of (self-and hetero-reflection).

As Hegel pointed out in his dialectic logic one and a half centuries ago, the opposition of hetero- and self-reflection is not a parity relation because it requires an iteration of self-reflection in contrast to the non-iterative character of hetero-reflection. It follows as was pointed out above, that one value is sufficient to designate in hetero-reflection but two values are

Die Grafik von Bild 6 soll veranschaulichen, was wir meinen:

Bild 6 zeigt eine Sequenz von doppelt punktierten Pfeilen und zwar so, dass sich doppelt punktierte und strichlierte immer abwechseln. Ein konkretes Beispiel für das, was wir hier darstellen wollen, ist die Vater-Sohn-Relation. Diese ist vorerst eine Ordnungsrelation. Aber der Sohn kann auch Vater werden. In diesem Sinn ist Vater-Sohn also eine Umtauschrelation. Aber der Sohn kann relativ zu seinem eigenen Vater nie den Zustand des Vaters einnehmen, sondern nur relativ zum Enkel seines Vaters. In abstrakten Begriffen: Was ein (Mit)Glie d (oder Argument) einer Ordnungsrelation $O \leftarrow S^S$ ist, nämlich S^S , kann ein Argument in einer Umtauschrelation werden, aber nicht relativ zu O , sondern nur relativ zu S^{SS} , welches diese Umtausch-Relation $S^S \leftrightarrow S^O$ impliziert.

Folglich können wir sagen: Die Fundierungs-Relation ist eine Umtausch-Relation, die auf einer Ordnungs-Relation basiert. Aber weil sich Umtausch-Relationen selbst nur zwischen Ordnungs-Relationen bilden können, gilt auch: Die Fundierungs-Relation ist eine Ordnungs-Relation, die auf einer Folge von Umtausch-Relationen basiert.[13] Wenn wir festgestellt haben, dass die Fundierungs-Relation Subjektivität einführt, dann bezogen wir uns auf die Tatsache, dass es sich bei einem selbstreflexiven System immer um

handeln muss.

Wie Hegel in seiner dialektischen Logik vor 150 Jahren ausgeführt hat, ist der Gegensatz von Hetero- und Selbstreflexion keine Gleichheitsrelation, weil er – im Gegensatz zum nicht-iterativen Charakter der Heteroreflexion – eine Wiederholung der Selbstreflexion erfordert. Daraus folgt, wie bereits oben festgestellt wurde, dass bei der Heteroreflexion ein Wert zur Bezeichnung hinreicht, dass

required – apart from the value for object-designation – to separate self-reflection from the object. This is confirmed by the character of the *founding*-relation. Table (VI) clearly shows that it requires a minimum of three values for its own establishment.

But the introduction of a third value generates a new principle of superadditivity. In von Foerster's case the super-additivity concerned only the increase of the classic negative value in a truth function. In the case of the *founding*-relation an increase in the number of two-valued systems is concerned. All "truth functions" of a three-valued system are compositions of three two-valued systems represented by the values 1+2, 2+3 and 1+3. For each value we might further add, we would obtain a new super-additive increase of (two-valued) systems. We can determine this increase in analogy to von Foerster's formula $\Phi(x+y) > \Phi(x)+\Phi(y)$ by introducing the expression

$$\Phi(z) = 1/2z(z-1)$$

If z is composed of two terms, a and b, representing the poly-validity of two logical systems we have

$$z = a + b$$

The super-additivity we are looking for is then demonstrated by

$$1/2(a+b)(a+b-1) > 1/2a(a-1) + 1/2b(b-1)$$

where clearly the left hand side of this inequality exceeds the right hand side by

$$ab$$

This is nothing other than the cross-term interaction of a and b.

Thus a four-valued system which our impartial observer S^{SS} would require must consist of 6 two-valued systems of reflection. In the case of a five-valued logic this number would increase to 10 two-valued subsystems.

The logical prototype of all totalities (Ganzheiten) is the system of consciousness. We know this at least since the advent of the Cri-

jedoch, um Selbstreflexion und Objekt auseinanderzuhalten – abgesehen vom Wert zur Objektbezeichnung – zwei Werte erforderlich sind. Dies wird durch den Charakter der *Fundierungs*-Relation bestätigt. Bild 6 zeigt ganz eindeutig, dass zu seinem Entwurf ein Minimum von drei Werten benötigt wird.

Die Einführung eines dritten Wertes erzeugt aber ein neues Prinzip der Superadditivität. In von Foersters Fall bewirkt die Superadditivität nur eine Zunahme der klassischen Negationswerte in einer Wahrheitsfunktion. Im Fall der *Fundierungs*-Relation bezieht sich die Zunahme jedoch auf die Anzahl von zweiwertigen Systemen. Alle Wahrheitsfunktionen dreiwertiger Systeme sind Kompositionen von drei zweiwertigen Systemen, die durch die Werte 1+2, 2+3 und 1+3 repräsentiert werden. Für jeden weiteren Wert, den wir zusätzlich einführen, würden wir eine neue superadditive Zunahme von zweiwertigen Systemen erhalten. Wir können diese Zunahme analog zu von Foersters Formel $\Phi(x+y) > \Phi(x)+\Phi(y)$ durch Einführung des Ausdrucks

bestimmen. Wenn z aus zwei Termin a und b besteht, die die Mehrwertigkeit zweier logischer Systeme repräsentieren, dann gilt:

Die Superadditivität, um die es uns geht, zeigt sich dann in:

wo offensichtlich die linke Seite dieser Ungleichung die rechte Seite um

übertrifft. Dieses 'mehr' ...a b... ist nichts anderes als die wechselseitige Interaktion von a und b.

Folglich müsste ein vierwertiges System – was unser unparteiischer Beobachter S^{SS} fordern würde – aus sechs zweiwertigen Reflexionssystemen bestehen. Im Fall einer fünfwertigen Logik würde sich diese Anzahl auf zehn zweiwertige Subsysteme erhöhen.

Das logische Urmuster aller Ganzheiten ist das System des Bewusstseins. Wir wissen das spätestens seit dem Erscheinen der 'Kritik der reinen Vernunft'. Aber Be-

tique of Pure Reason. But consciousness involves as we have seen a *synthesis*, of the two most basic relations in logic: the symmetrical *exchange* of values and the hierarchal *order* of values. *Exchange* and *order* are combined in a new codifiable principle which we call the *founding* relation. This principle establishes the totality of consciousness but since it is entirely formal it also governs the structural laws of any totality we may conceive as such.

Already in 1950 L. von Bertalanffy wrote in an essay on General Systems Theory "that many concepts which have often been considered as anthropomorphic, metaphysical or vitalistic, are accessible to exact formulation."^[14] However, what is still missing in General Systems Theory is the representation of such concepts as exemplifications of a universal formal theory of totalities grounded in the concept of logical value and its operation by affirmation and negation. This paper tries to make a contribution in this direction following the example given by Hegel.

wusstsein involviert – wie wir gesehen haben – ein Zusammenspiel (S y n t h e s e) der zwei wichtigsten Basisrelationen der Logik: Des symmetrischen U m t a u s c h s von Werten und der hierarchischen O r d n u n g von Werten. Umtausch und Ordnung sind durch ein neues kodifizierbares Prinzip, das wir die F u n d i e r u n g s -Relation genannt haben, miteinander verwoben. Dieses Prinzip führt die Ganzheit des Bewusstseins ein, aber weil es durchaus formal ist, regelt es auch die Strukturgesetze jeder Ganzheit, die wir als solche begreifen können.

Bereits 1950 schrieb L. von Bertalanffy in einem Essay über Allgemeine Systemtheorie, 'dass viele Begriffe, die oft als anthropomorph, metaphysisch oder vitalistisch angesehen wurden, einer exakten Formulierung durchaus zugänglich seien.'^[14] Was jedoch in der Allgemeinen Systemtheorie noch fehlt, ist die Repräsentation solcher Begriffe als Erklärung einer universalen formalen Theorie von Ganzheiten, die auf dem Konzept logischer Werte und ihrer Operationen der Affirmation und Negation basiert. Diese Analyse versucht – dem Beispiel Hegels folgend – einen Beitrag in dieser Richtung zu leisten.

The text was originally edited and rendered into PDF file for the e-journal <www.vordenker.de> by E. von Goldammer

Copyright 2004 vordenker.de

This material may be freely copied and reused, provided the author and sources are cited
a printable version may be obtained from webmaster@vordenker.de

vordenker 
ISSN 1619-9324

⁺ first published in: BCL Report # 3,3 (1966); BCL-Microfiche # 36/1

reprinted in: Gotthard Günther, *Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik*, Band 1, Meiner Verlag, Hamburg, 1976, p.329-351.

Übersetzt aus dem Englischen von Gerhard Helletsberger im Rahmen eines von der Fa. Siemens AG München finanzierten Forschungsprojektes zur 'Organisatorischen Vermittlung verteilter Systeme' unter Mitarbeit von Joseph Dittreich und Dr. Dr. Rudolf Matzka.

¹ In this respect attention is drawn especially to the Russian efforts in this field. Cf. A. I. Berg, *Kibernetiku na Sluzhbu Kommunizmu*, Vol. I, Moscow/Lenongrad 1961. (Engl. Translation. *Cybernetics At the Service of Communism*, Publ. Joint Publ. Research Service, Washington D.C. JPRS 14592). Also: *Filosofskye voprosy Kibernetiki (Philosophical Problems of Cybernetics)*, JPHS 11503),

² Heinz von Foerster, *Bio-Logic*, in: *Biological Prototypes and Synthetic Systems*) I; Plenum Press, Now York 1962.

³ The terms "traditional", "classic" and "Aristotelian" shall be used in this essay as applied and interpreted in: Gotthard Günther, *Idee und Grundriss einer nicht-Aristotelischen Logik*, Hamburg (Meiner) 1959.

⁴ An excellent description of this epistemological situation is given in E. Schrödinger, *Mind and Matter*, University Press, Cambridge 1959. See esp. p.51.

-
- ⁵ Hence the isomorphism of classic logic. Cf. Reinhold Baer, *Hegel und die Mathematik*, Verhandlungen des zweiten Hegel Kongresses vom, 18.-21. Okt. Publ. Tübingen 1932.
- ⁶ Hegel III (Meiner 1923) p. 67.
- ⁷ The other case, that the computing mechanisms of animals, plants or artifacts may be logically regarded as subsystems in a theory which describes the epistemological structure of human consciousness is not considered here. Considerable work has been done with regard to this problem in Cybernetics, but not on a purely *logical* level The interest of application to *physical* systems is always dominant. Cf. W. Ross Ashby, *An Introduction to Cybernetics*, New York 1956.
- ⁸ See Figure I
- ⁹ Cf. Joh. G. Fichte: *Die Tatsachen des Bewusstseins*, Posthumous Works (ed. J. H. Fichte, vol. I) p. 573. Fichte also mentions a second duplicity of the contents of consciousness.
- ¹⁰ ... r^F... and ...→... will both be interpreted as material implications and ... ↔ ...as negated equivalence or exclusive alternation.
- ¹¹ For the transition of O to S⁰ note Hegel's remark: "...im Lebendigen schlägt das *Objekt* in das *Subjekt* um ...", Hegel (ed. Glockner) X, p. 263.
- ¹² The reader's attention should be drawn to the significant fact, that the numbers in the centre column of Table II are the numbers of rejection values in ascending value systems. Cf. G. Günther: *Cybernetic Ontology and Transjunctional Operations*, Self-Organizing Systems 1962 (ed. Yovits, Jacobi, Goldstein) p. 313-392 (Washington 1962).
- ¹³ The author found that a practically identical formal pattern of the relation between symmetrical exchange and order was discussed in an earlier book by Karl Heim, *Das Weltbild der Zukunft*, Berlin 1904, esp. p. 35ff.; Heim calls its pattern "Grundverhältnis". However, it was developed for a very different purpose and it does not assume our initial state O.
- ¹⁴ Cf. L. v. Bertalanffy, *An Outline of General Systems Theory*, Brit. Journ. f. the Philos. of Science I, 2 (Aug. 1900) p. 134-165.