

Gotthard Günther

Logistik und Transzendentallogik [1]

Es kann nicht vertuscht werden: Das derzeitige Verhältnis zwischen Philosophie und mathematisierender Logik^[2] ist ein außerordentlich unerfreuliches. Kenner der Literatur werden sich erinnern, dass vor nicht langer Zeit einer der bedeutendsten Logistiker der Gegenwart prinzipielle Sätze aus Heideggers "Sein und Zeit" in seine abstrakte Symbolik mit dem Resultat übertragen hat, dass von allem Tiefsinn nur ein Häufchen teils sich selbst widersprechender, teils gänzlich, sinnloser Aussagesätze übrig blieb. Das Verfahren ist als böswillig charakterisiert worden. Völlig zu Unrecht! Denn jeder, der Wert auf Reinheit im Denken legt, wird von jedem sprachlichen Ausdruck, der mit dem Anspruch auftritt, Allgemeingültiges zu verkünden, als Mindestes verlangen dürfen, dass sich derselbe den elementarsten Gesetzen des Verstehens fügt. Wir können es nur als Selbstverständlichkeit hinnehmen, dass eine Philosophie, die sich solche Blößen gibt, jeden Kredit bei wirklichen Wissenschaftlern verliert.

Nein, man kann es den Vertretern des Logizismus wirklich nicht verargen, wenn sie für die sogenannte geistes-wissenschaftliche Philosophie bestenfalls ein Achselzucken übrig haben, da fast jede Publikation der Gegenseite, gleichgültig, welches Thema sie behandelt, die großartigen Entdeckungen und Fortschritte, die die Logik seit Leibniz in ihrer Gestalt als Symbolrechnung gemacht hat, zu übersehen pflegt. Besonders in den letzten Jahrzehnten überstürzen sich die neuen Erkenntnisse und Lösungen alter Probleme in atemberaubendem Tempo – und was tut die Philosophie? Null, sie blickt skeptisch auf die minutiöse Arbeit der Kalkülrechner herab und erklärt, dass man dort in jener handwerklichen Atmosphäre nichts von der ihr eigenen durch die historischen Perspektiven aufgegebenen Problemfülle ahne und dass der Logizismus für die Tiefe ihrer existentiellen Motive kein Organ habe.

Die Gerechtigkeit erfordert allerdings, festzustellen, dass auf der logizistischen Seite der Schuldanteil an diesem schmerzlichen Verhältnis zwischen exakter Wissenschaft und Philosophie auch nicht eben gering ist. Fühlt man sich doch versucht, nach der Lektüre sonst sehr beachtenswerter Veröffentlichungen der Kal-

¹ Grundsätzliche Bemerkungen eines Philosophen zu Alfred Tarskis *Einführung in die mathematische Logik*. Verlag Jul. Springer, Berlin 1938, 166 Seiten.
Erstveröffentlichung in: *Tatwelt* 16 (1940/41), S. 135-147.

Abgedruckt wurde die Arbeit in: Gotthard Günther, *Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik*, Bd. I, Felix Meiner, Hamburg, 1976, p. 11-23.

(Anmerkung_vgo: Günther gibt als Adresse *Monte St. Vigilio* an. Das war der erste Ort der Emigration im Jahr 1937 von Gotthard und Marie Günther auf ihrem Weg über Italien nach Südafrika und von dort in die USA).

² Da es sich in den folgenden Erörterungen nur um den ganz umfassenden Gegensatz zwischen der aus dem Idealismus und der Historischen Schule entstandenen Geistesphilosophie und allen jenen wissenschaftlichen Bestrebungen handelt, die sich auf Leibniz zurückführen, werden hier die Ausdrücke «Logistik», «Logizismus», «Leibnizlogik», «mathematische Logik», «Kalkülforschung» usw. gleichbedeutend gebraucht. Für «Philosophie», «Geistesphilosophie», «Transzendentaltheorie» usf. gilt dasselbe.

külforschung auf den jeweiligen Autor die Worte eines geistvollen Romans zu variieren: "dass seine geisteswissenschaftliche Bildung hauptsächlich darin bestand, nichts von Philosophie zu wissen, und dass er stolz darauf war. Schon das Wort schien Schande".

Der Schaden, der durch diese wechselseitigen Vorurteile in beiden Gruppen ange richtet wird, dürfte sich vermutlich die Waage halten. Was die Philosophie angeht, so stellt sich in denjenigen Arbeiten der Geistesphilosophie, die ernst zu nehmen sind, immer klarer heraus, dass die aufgeworfenen Fragen einen derartigen Grad von Komplikation erreicht haben, dass ohne exakte (und medianisierbare) Metho den ihre Bewältigung über jede menschliche Kraft geht.

Umgekehrt kann man zwar den mathematisierenden Disziplinen den Vorwurf man gelnder Exaktheit und Zucht schwerlich machen, aber auch sie übersehen zu ihrem eigenen Schaden einwandfreie Ergebnisse, die auf geisteswissenschaftlicher Seite schließlich doch erarbeitet worden sind und heute als unbestrittener Besitz der Forschung auf dem Gebiet der philosophischen Logik zu gelten haben. (Ein solches Resultat werden wir in den kommenden Überlegungen ausdrücklich einzufüh ren haben.) In der Gegenwart ist die Logistik allmählich in ein Stadium getreten, in dem u.E. eine weitere Nichtbeachtung der im anderen Lager gewonnenen Ergebnisse zu einer grundsätzlichen Fehlleitung in den Kalkülwissenschaften füh ren muss. Die Symptome einer solchen Desorientierung sind schon zu spüren wenn an bestimmten Stellen der mathematischen Logik die Alternative sichtbar wird, entweder auf absolute Exaktheitsansprüche zu verzichten (ganz unmöglich!) oder sehr wesentliche Teile des mathematischen Wissens preiszugeben (erst recht nicht möglich!).

Wir wollen jetzt versuchen, uns ganz allmählich jenem Punkte zu nähern, in dem sich Logistik und Geistesphilosophie sachlich berühren und eine gemeinsame Pro blematik haben: Sowohl die rechnende Logik als auch die spekulative Philosophie stimmen darin überein, dass die klassische, von Aristoteles erstmalig in Form ge brachte Logik einschließlich der ihr zugeordneten Methodenlehre modernen An sprüchen in keiner Weise mehr genügt und dass der viel zitierte Stillstand der Logik von den Griechen bis Leibniz oder Kant durch neue Arbeit am Problem des reinen Denkens abgelöst werden müsse. Aber damit ist die ganze schöne Einigkeit auch schon am Ende! In welcher Gestalt und mit welchen Intentionen die neue logische Forschung aufzugreifen sei, darüber herrschen bei beiden Parteien so un versöhnliche Gegensätze, dass man sich in keiner einzigen Zeile zu verstehen scheint. Schon um den geschichtlichen Ansatzpunkt der nachklassischen Logik ist ein erbitterter Streit entbrannt. Die Logistiker verlegen ihn in die Bemühungen von Leibniz³ während die philosophischen Logiker die endgültige Abwendung vom klassischen Formbegriff erst in der mit Kant beginnenden Transzenden taltheorie des reinen Bewusstseins vollzogen sehen wollen.

³ Vgl. das Schriftchen von H. Scholz (Berlin 1931), das einen knappen Abriß der Geschichte der Logik gibt.

Tatsächlich aber ist die Entwicklung der Logik seit Leibniz doppelspurig erfolgt, wovon wir uns leicht überzeugen werden. Der Neubeginn bei Leibniz lässt sich ungefähr unter folgenden Gesichtspunkten verstehen: Dieser große Denker ergreift zum ersten Male den Gedanken einer vollkommenen Algebraisierung der Sprachlogik in seiner ganzen Tragweite und grundsätzlichen Bedeutung. «Grundsätzlich» fasst Leibniz diesen Gedanken insofern, als diese neue "lullische Kunst" bei ihm nicht etwa als subalternen technischer Apparat und als Appendix zur eigentlichen Logik auftritt, sondern in seinen Erwägungen sofort (und mit Recht!) die Gestalt einer neuen geschlossenen Wissenschaft von durchaus eigenständiger Physiognomie gewinnt. Andererseits aber übernimmt Leibniz die spezifische philosophische Idee des klassischen Identitätsformalismus, wie sie seit griechischen Zeiten her bestanden hatte. Ja, er ist es erst gewesen, der dieser Idee in seiner Formulierung des Identitätsprinzips den letzten und schärfsten Ausdruck gegeben hat.

Dieser Neubeginn ist also durch zwei grundsätzliche Stellungnahmen Leibniz' bestimmt. Einerseits akzeptiert er die philosophische Idee der Aristoteleslogik: dass der Identitätsformalismus die adäquate Selbstdefinition des theoretischen Bewusstseins sei. Andererseits hält er die Explikation und Durchführung dieser Idee in der überlieferten Gestalt der Logik für unpräzise und bruchstückhaft, weshalb er der "Realisierung" des philosophischen Prinzips, in dem er sich mit der klassischen Logik einig weiß, eine durchaus neue Gestalt geben will.

In dieser zweifachen Stellungnahme, die die moderne Logistik mit einer gewissen Nuance von Leibniz übernommen hat, liegt ihre Stärke und Schwäche zugleich. Die Frage, ob die klassische Identitätsthematik (mit ihrer Konsequenz in «Widerspruch und Drittsatz») wirklich als schlechthin allgemeinste Selbstinterpretation des reinen Denkens gelten darf, bleibt in allen logistischen Entwürfen seither sorgfältig außer Spiel. Denn alles, was "metaphysisch" ist, war dem Logizismus immer fremd. Aber in der Ignorierung der "metaphysischen" Problematik liegt die Schwäche des Logikkalküls, die ihn einer Ergänzung bedürftig macht. Alle die großartigen Neuentdeckungen, die durch die Symbolrechnung seither gemacht worden sind, treten als *Erweiterungen* der klassischen Logik auf, d.h. unter der Interpretation: die überlieferte Idee des reinen Denkens sei bis Leibniz nur höchst fragmentarisch und zum geringsten Teile realisiert worden; als Aufgabe der Logistik müsse gelten, diese Realisierung weiter zutragen und womöglich zu vollenden.

Dass diese Meinung, die der Logizismus von sich selbst besitzt, eine schwache Stelle hat, beweist der zweite Neubeginn der Logik auf transzendentaler Basis. Denn ehe die so über alles Erwarteten ertragreiche Entwicklung der Kalkülforschung um die Mitte des 19. Jahrhunderts wirklich beginnt, hat sich dem Leibnizschen Gedanken einer "formalistischen Präzisionsprache" eine neue logische Konzeption zugesellt. Nämlich die Idee einer sogenannten Transzendentallogik, erstmalig propagiert in Kants «Kritik der reinen Vernunft». Diese Transzendentaltheorie darf unter keinen Umständen – analog und parallel der Leibnizschen Symbolrechnung – als eine Erweiterungsdisziplin betrachtet werden, die unter selbstverständlicher und stillschweigender Voraussetzung der tradierten philosophischen Idee der Logik überhaupt ihr ein neues Anwendungsgebiet oder weiter-

tragende Methoden erschließt, sondern der Transzendentalismus bestreitet höchst ausdrücklich, dass das klassische Formprinzip als solches für eine adäquate Selbstinterpretation des reinen Denkens zureiche. Die seit Aristoteles überlieferte und von Leibniz aufgenommene philosophische Idee der Form repräsentiere nur einen Spezialfall des reinen Begriffs und sei in einer wesentlich allgemeineren und umfassenderen Interpretation der Struktur des reinen theoretischen Bewusstseins aufzuheben. Alle logischen Schriften der Transzendentalphilosophie versuchen diesen Nachweis zu führen, und alle Kritik richtet sich hier, immer nur gegen die philosophische Grundintention der alten Logik und nie gegen deren praktische Durchführung im Einzelnen. Ob da etwas verbesserungsfähig oder gar zu ergänzen sei, darum hat sich der transzendente Idealismus allerdings nicht gekümmert.

In dem Schicksal der Transzendentallogik, die bis in die Gegenwart dem gleichen Schicksal unterlag wie die Leibnizlogik bis zu den Zeiten G. Booles, zeigt sich die sachliche Zusammengehörigkeit von Logizismus und transzendentaler Logik. Die erfolgreiche Durchführung der idealistischen Theorie des Denkens hätte nämlich eine Technik und einen weitgehend entwickelten Kalkül erfordert, wie er damals noch nirgends zur Verfügung stand. (Ohne eine raffinierte Mechanisierung sind Denkfiguren, wie sie z.B. die Hegelsche Logik entwirft, einfach nicht mehr zu bewältigen.) Erst mit dem Hauptwerk Booles: «An Investigation of the Laws of Thought», das 1854 in London erschien, setzt die Entwicklung der Symbolrechnung ein, die zwischen 1790 und 1830 den Untersuchungen Fichtes und Hegels so sehr gefehlt hat. Einen gewissen Höhepunkt erreicht die Logistik in den Jahren 1910-1913 mit dem erstmaligen Erscheinen der «Principia mathematica» von B. Russel und A.N. Whitehead, nachdem um einiges früher jene Bewegung eingesetzt hatte, die wir seit Wilhelm Windelband als "Hegelrenaissance" zu bezeichnen gewohnt sind. Inzwischen ist weit mehr als ein Vierteljahrhundert verflossen, und heute dürfen wir als durchaus gesichertes Resultat buchen, dass in der transzendentalen Fragestellung für die Logik eine Problemdimension gewonnen worden ist, in der der durch die klassische Logik und die Leibnizlogik getragene Formbegriff des reinen Denkens endgültig überboten ist. Freilich, wie diese transzendental orientierte Logik durchgeführt werden soll, darüber ist man sich noch weitgehend uneinig, aber das Vorhandensein der neuen Problematik ist unbestritten und macht es fortan unmöglich, alle Weiterarbeit an logischen Fragen als geradliniges Vorwärtstreiben der klassischen Idee der reinen Form zu verstehen.

Gegen dieses nicht mehr bestreitbare Resultat verstößt aber die Logistik zwangsläufig, seit ihre Untersuchungen sie über den Aristotelisch-Leibnizschen Formbegriff unversehens hinausgetragen haben. Da sie "metaphysische" Reflexionen über das Wesen der Logik ablehnt, orientiert sie sich immer noch ausschließlich an der klassischen Axiomatik, deren Alleinherrschaft bereits zu beträchtlichen Schwierigkeiten in den Kalkülwissenschaften Anlass gibt.^[4] Unter diesen Um-

⁴ Um Missverständnissen vorzubeugen, sei noch einmal mit allem Nachdruck folgendes festgestellt: Der Verfasser weiß ganz genau dass überall in der logistischen Literatur gegen die klassische Logik polemisiert wird und dass sich der Logizismus als "neue Logik" der "alten Logik" des Aristoteles entgegensetzt. (Vgl. etwa R. Carnap: «Die alte und die neue Logik», Erkenntnis I, S. 12-26.) Aber alle Kritik der Symbolrechner richtet sich nie

ständen ist eine sinnvolle Auseinandersetzung zwischen philosophischer Logik einerseits und den logistischen Disziplinen andererseits ein dringendes wissenschaftliches Erfordernis. Leider stand dem bisher ein erhebliches Hindernis entgegen. Der Philosoph, der unvorbereitet nach einer beliebigen logistischen Veröffentlichung zwecks näherer Orientierung griff, sah sich plötzlich in die Lage eines Sextaners versetzt, dem man versehentlich statt des «Lederstrumpf» die berühmte Abhandlung «Zur Elektrodynamik bewegter Körper» in die Hand gedrückt hat. Wer auch dann nicht den Mut verlor und sich nach einem Lehrbuch dieser neuen Mathematik umsah, empfing von den Logistikern selbst die nicht eben trostreiche Versicherung, dass ihre Literatur "noch verhältnismäßig arm an Lehrbüchern" sei. Weshalb es schwer sei, Lehrmittel zu benennen, "in denen die Durchsichtigkeit und Fasslichkeit der Darstellung mit der notwendigen Exaktheit Hand in Hand" gehe, so lesen wir bei Tarski in seiner «Einführung in die mathematische Logik». Tarskis Buch füllt eine empfindliche Lücke aus. Denn die Einführungen, die bisher ein bevorzugtes Interesse verdienten, besonders R. Carnaps «Abriss der Logistik» und D. Hilberts und W. Ackermans «Grundzüge der theoretischen Logik» muten u. E. dem von der Geistesphilosophie herkommenden Außenseiter, der seit der Schulzeit meist allen Kontakt mit mathematisierenden Denkweisen verloren hat, ein bisschen zuviel für den ersten Anfang zu. Gewiss kann man auch mit ihnen beginnen, aber wer sich von Tarski einführen lässt wird es erheblich leichter haben. Sein Buch vermeidet sehr glücklich die didaktischen Nachteile der bisherigen Lehrbücher, die einerseits für die erste Orientierung zu viel bieten und überdies in ihren Erläuterungen eine – für den Nichtmathematiker – zu knappe Ausdrucksweise kultivieren. Bei Tarski dagegen steht die Rücksichtnahme auf den mathematisch nicht vorgebildeten Leser an erster Stelle.

Die ganze 166 Seiten lange Schrift ist in zwei Teile gegliedert, wobei der erste Teil den Leser mit einer beschränkten Anzahl von Begriffen und Operationen aus dem Aussagenkalkül, der Klassentheorie und dem Funktionenkalkül bekannt macht und anschließend einige methodologische Prinzipien, wie z.B. "Definition", "Deduktion", "Modell", "Interpretation- und "Unabhängigkeit", ausgezeichnet erläutert. Der Schlussabschnitt des sechsten Kapitels, mit dem dieser Teil endet, bringt Begriffe wie "Widerspruchsfreiheit", "Vollständigkeit" und "Gabelbarkeit"⁵ mathematischer und logischer Systeme und gibt so auch dem Anfänger einen deutlichen Eindruck davon, dass die Logistik keinesfalls eine bloße Technik und ein geistfremdes Handwerk ist, sondern unmittelbar in die tiefsten Probleme des Selbstbewusstseins hineinführt. Der zweite Teil benutzt die gewonnenen Begriffe und Methoden, um mit ihnen ein Bruchstück der elementaren Arithmetik als

gegen die philosophische Idee dieser Logik, sondern immer nur gegen die mangelnde Differenzierung und nicht weit genug getriebene Ausführung dieser Theorie des Denkens. Höchst charakteristisch ist eine Anmerkung Tarskis in seiner «Einführung in die mathematische Logik», die den Anlass zu unseren Betrachtungen gibt. Wir lesen dort (S.46): "Die ganze alte Aristotelische Logik kann fast restlos auf die Lehre von den Grundbeziehungen zwischen Mengen, also auf ein kleines Bruchstück der Klassentheorie, zurückgeführt werden." Wenn die "alte" Logik ein Bruchstück der "neuen" ist, dann ist letztere eben eine Fortsetzung der Aristotelischen, denn notwendig müssen die neuen Teile isomorph mit dem älteren Stück sein. Eine *μετάβασις εἰς ἄλλο γένος*, ein Übergang zu einem anders gestalteten Strukturgebilde wird also nicht vollzogen.

⁵ Tarski gebraucht diesen Terminus zwar nicht, aber er redet von der Sache.

logisches System nach axiomatischen Gesichtspunkten aufzubauen. Es ist ein wahrer Genuss, zu verfolgen, wie dabei fortschreitend eine einfache mathematische Theorie immer durchsichtiger wird und ihren feinsten logischen Verzweigungen mühelos nachgegangen werden kann. –

Wenn der in den Kalkülwissenschaften Bewanderte die Schrift zur Hand nimmt, wird ihn vermutlich befremden, dass eine so einfache und auch für den Anfänger übersichtliche Disziplin wie der Aussagenkalkül nur fragmentarisch dargestellt worden ist, und dass vor allem etwas so Elementares wie die Frege-Konstanten keineswegs in erschöpfender Ausführlichkeit besprochen worden ist. Hat man aber erst das Buch bis zur letzten Seite durchgearbeitet, so kommen diese Einwände sofort zum Verstummen. Man erkennt jetzt die prachtvolle Abstimmung beider Teile aufeinander und stellt fest, dass der erste Teil eben soviel an Begriffen und Methoden entwickelt, wie für das Verständnis einer logischen Grundlegung des behandelten Bruchstücks der Arithmetik gerade benötigt wird. Die Absicht des Autors ist deutlich: Neben einer ersten Bekanntschaft mit grundlegenden Begriffen des Logikkalküls will er mit einem Minimalaufwand an Mustern dem Schüler zeigen, was diese Methode zu leisten imstande ist und wie man sie handhabt. Die Schrift ist also keineswegs als ein Ersatz für die inhaltlich umfassenderen bereits genannten Einführungen gedacht, sondern kann eher als eine Vorstufe zu ihnen betrachtet werden. Hält man sich das vor Augen, so kann man nur sagen, dass das Büchlein schlechtweg über alles Lob erhaben ist. Diese Vorbereitung auf die Logistik kann jeder verstehen, und nach ihrem Studium ist auch der Nichtmathematiker – sofern er überhaupt die Fähigkeit zum strengen Denken besitzt – genügend geschult, um sich mit Erfolg einem der allgemeineren Grundrisse zu widmen, die ihm die erforderlichen Voraussetzungen für den direkten Kontakt mit den tiefen philosophischen Problemen, die durch die Kalkülforschung der letzten Jahrzehnte überhaupt erst präzise formuliert worden sind, ausführlich vermitteln können.

Wenn wir hier von philosophischen – also letztlich metaphysischen – Problemen der Logistik reden, müssen wir uns ausdrücklich rechtfertigen. Denn seltsamerweise wird dieser Sachverhalt sowohl im philosophischen Lager wie bei den Logistikern mit Einhelligkeit bestritten. In den Kalkülwissenschaften geschieht das aus der dort heimischen positivistischen, physikalistischen und behaviouristischen Mentalität. Für die erdrückende Mehrzahl der Logistiker gilt der Grundsatz

Ein Symbol, dem kein ontischer Sachverhalt (Gegenstand) entspricht, hat keinen Sinn.^[6]

Konsequenterweise gilt dann das Reflexionsproblem des reinen Sinns ebenso wie die Frage nach der logischen Indikation des Selbstbewusstseins im reinen Begriff nur für eine pseudowissenschaftliche Aufgabenstellung.

In der Philosophie hinwiederum wird der enge Anschluss der Logistik an Mathematik und Physik zum Vorwand genommen, um die metaphysische Gehaltlosigkeit und Bedeutungsleere des gesamten Kalküls zu belegen.

⁶ Das gilt wenigstens, soweit "formalisierte Basissprachen" in Betracht kommen. Der Versuch, dieses Prinzip auch in einer allgemeinen semantischen Theorie der Syntaxsprachen durchzuhalten, scheint uns aussichtslos.

Aber schon eine so elementare Einführung wie die hier besprochene mündet, zwangsläufig in ein Problem, an dem wir einerseits den echten metaphysischen Gehalt der Logistik (und damit die wissenschaftliche Legitimität gewisser metaphysischer Fragen⁷) andererseits aber auch das Verhältnis studieren können, in dem Logistik und Transzendentallogik zueinander stehen. – Wie jedermann geläufig ist, der sich auch nur flüchtig mit logischen Dingen beschäftigt hat, steht an der Spitze der klassischen Logik eine Trinität dreier philosophischer Axiome. Nach traditioneller Auffassung definieren sie die universale (geschlossene) Dimension der Rationalität. Nun entdeckte man mit der fortschreitenden Entwicklung der Leibnizlogik, dass in den neu gewonnenen Bereichen das dritte Axiom (das Tertium non datur) die bedingungslose Geltung, die es als philosophischer Fundamentalsatz beanspruchen durfte, in gewissen Fällen nicht mehr besaß und nur mehr mit einigen Einschränkungen verwandt werden durfte.⁸ Damit ergaben sich für den Fortgang der Logistik zwei Möglichkeiten

1. Entweder verzichtete man auf dieses so problematisch gewordene Fundamentalexiom und versuchte die Logistik mit der Widerspruchsfreiheit als "letztem" Prinzip aufzubauen,
2. oder man zog den Schluss, dass die klassische Logik ein geschlossenes System ohne prinzipielle Erweiterungsfähigkeit ihres axiomatisch-trinitarisch verfassten Inbegriffs sei.

Im ersten Fall war es gestattet, alle logischen Neuentdeckungen als Erweiterungen des ursprünglichen Aristotelisch-Leibnizschen Formbegriffes aufzufassen. Entschied man sich aber für die andere Möglichkeit, wurde die Konsequenz unabweisbar, dass diejenigen Überlegungen, die sich dem Tertium non datur nicht fügen wollen, zum Geltungsbereich eines anderen logischen Systems mit noch unbekanntem philosophischen Grundaxiomen gehören müsste. Eine Preisgabe des Drittsatzes kommt in letzterem Fall selbstverständlich nicht in Frage. Wie bekannt, schlug die Logistik den ersten Weg ein, und zwar geschah das prinzipiell in der Hilbertschen Beweistheorie, die das (bisher unerreichte) Ziel verfolgt, die gesamte Mathematik logisch ausschließlich auf das Identitäts- und Widerspruchsprinzip zu gründen. Der fundamentale Geltungsanspruch des dritten Kernaxioms wird dabei weder bestritten noch anerkannt. Er bleibt sozusagen suspendiert. Praktisch allerdings kommt der Aufbau der Beweistheorie einer Verleugnung des Tertium non datur gleich, da man es nicht in die prinzipiellen Voraussetzungen der Theorie hinein genommen hat und es wie einen empirischen Satz behandelt, der je nachdem wahr oder falsch sein kann.

In demselben Sinne lesen wir bei Tarski: "Wie sich aus den neuesten methodologischen Untersuchungen ergibt ..., bietet ein exakter Beweis der Widerspruchsfreiheit ungeheure Schwierigkeiten grundsätzlicher Natur. Noch schlimmer steht es mit dem Problem der Vollständigkeit: es zeigt sich, dass die Axiomensysteme der

⁷ Die Metaphysikscheu der meisten Logistiker hat ihren Grund darin, dass sie beharrlich Metaphysik und Mythologie verwechseln.

⁸ Mit einem gewissen Vorbehalt kann man sagen: behalten hat das Axiom seinen bedingungslosen klassischen Geltungscharakter im Aussagenkalkül, eingeschränkt gilt es im Funktionenkalkül.

Arithmetik und Geometrie nicht vollständig sind; man hat nämlich solche Probleme von rein arithmetischem oder geometrischem Charakter konstruiert, die innerhalb dieser Disziplinen weder in positiver noch in negativer Weise entscheidbar sind. Man könnte vermuten, dass sich diese Tatsache ausschließlich aus der Unvollkommenheit derjenigen Axiomensysteme und Beweismethoden ergibt, über die man heute verfügt, dass es vielleicht durch ihre entsprechende Modifikation (Erweiterung) in der Zukunft gelingen wird, vollständige Systeme zu gewinnen. Tiefere Untersuchungen haben jedoch erwiesen, dass diese Vermutung irrtümlich ist: es wird niemals gelingen, eine widerspruchsfreie und vollständige deduktive Disziplin aufzubauen, die als ihre Lehrsätze alle wahren Sätze aus dem Bereich der Arithmetik oder der Geometrie enthielte" (S. 94f.). Mit diesen Bemerkungen hat Tarski den berühmten Gödelschen Beweis der Transzendenz der Widerspruchsfreiheit zu jedem Identitätssystem im Auge.⁹ Dieser Beweis stellt fest, dass die Widerspruchsfreiheit jedes gegebenen Identitätssystems nie mit den Hilfsmitteln eben dieses Systems bewiesen werden kann. Der Satz ist von immensen Folgen, denn verallgemeinert besagt er, dass es ausgeschlossen ist, die Leibnizlogik mit ihrem faktischen¹⁰ Gehalt als geschlossenes System mit immanentem Wahrheitsprinzip darzustellen. Es wäre falsch, das als einen Mangel dieser Logik anzusehen. Im Gegenteil: erst der Gödelsche Satz sichert ihr die Möglichkeit unbegrenzter sachlicher Bereicherung und schrankenloser Verallgemeinerung. Andererseits aber weist dieser Satz auf die zwingende Notwendigkeit hin, die Leibnizlogik durch eine reine Transzendentallogik zu ergänzen. Denn: deduziert werden muss die Widerspruchsfreiheit der Leibnizlogik, um ihr den bedingungslosen Geltungsanspruch zu verschaffen, der ihr gebührt.

Falls eine solche Deduktion gelingen würde¹¹, wäre das Tertium non datur wieder legitimiert. Die transfiniten Schlussverfahren würden damit allerdings – soweit sie nicht auf "Konstruktion" beruhen dem "ersten System der Logistik" (der Leibnizlogik) nicht zuzurechnen sein. Soweit ihre Problematik semantischen Charakter hat, würden sie sich als, zugehörig dem "zweiten System der Logistik", d.h. einer "logistischen Transzendentallogik, erkennen lassen. Da sie dann nicht mehr der klassischen Axiomatik unterstünden, sondern den Kernaxiomen des "zweiten Systems", wäre die unglückselige Trennung von Widerspruchsprinzip und Tertium non datur, die die Widerspruchsfreiheit in infiniten Bereichen so problematisch macht, damit gegenstandslos geworden.

Vorläufig aber werden dem Logistiker in der Idee einer Transzendentallogik zwei entscheidende Gesichtspunkte sehr fraglich sein. Wir haben nämlich noch nicht dargelegt, ob es einen Rechtsgrund für die

⁹ Siehe K. Gödel: «Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I», Monatshefte für Mathematik und Physik, 38. Bd., S. 173-198.

¹⁰ Selbstverständlich ist, dass wirklich alles in die Leibnizlogik hineingehört, was man auf ihrem Boden erarbeitet hat. Ganz anders aber liegen die Dinge, wenn man sich fragt, ob die daraus resultierende semantische Problematik noch der Leibnizlogik angehört bzw. mit ihren Mitteln bearbeitet werden kann.

¹¹ Sehr optimistisch äußert sich in dieser Hinsicht G. Gentzen: «Unendlichkeitsbegriff und Widerspruchsfreiheit der Mathematik». Trav. d. IXe Congr. Int. d. Phil. VI., S.201-205. G. glaubt das Problem auf dem Wege der "transfiniten Induktion" lösen zu können.

"Existenz" einer transzendentalen Logik

gibt, und überdies sind wir die (vorläufige) Begründung der

Immanenz des Wahrheitsprinzips im "zweiten System"

noch schuldig, d.h. den philosophischen Nachweis, dass der Gödelsche Satz sich nur auf die Leibnizlogik und die ihr isomorphen Theorien bezieht.

Ein logisches System "existiert", wenn ein Interpretationsbereich aufgewiesen werden kann, den kein anderes System erfüllt und dessen Formalisierung durch die gefragte Disziplin geleistet werden kann. Wir fragen: Gibt es einen solchen Interpretationsbereich? Eine Reihe von Überlegungen wird uns zur Antwort führen. – Der Gödelsche Satz besagt, dass es unmöglich ist, deduktiv sämtliche je im "ersten System" auftretenden begrifflichen Momente in einem obersten absolut allgemeinen, zweiwertigen Bestimmungsgesichtspunkt^[12] zusammenzufassen. Folglich ist die Idee der Leibnizlogik die infinite Verallgemeinerung der klassischen Logik, weil sie äquivalent ist der (abzählbar) unendlichen Reihe aller logischen Theorien, deren Allgemeinheitsgrad jederzeit überbietbar ist. Eine solche Logik aber kann, trotz aller fraglosen Vorzüge, nicht als adäquate Abbildung des theoretischen Selbstbewusstseins angesprochen werden. Ihren Begriffen und Sätzen fehlt die Beziehung auf die logische Einheit des Selbstbewusstseins. Denn alle Momente des Denkens haben eine Doppelfunktion: sie indizieren 1. Objekte und ihre gegenseitigen Verhältnisse und haben in dieser Hinsicht ontologische Bedeutung, 2. aber tritt jeder Begriff als Repräsentant der theoretischen Einheit des Ichs auf.

Eine Logik, die die definitive Struktur des reinen Denkens abbilden will, kann sich deshalb der Aufgabe nicht entziehen, alle logischen Motive so zu definieren, dass insgesamt als Glieder der Fundamentalrelation auftreten, die wir als Sinneinheit des theoretischen Bewusstseins verstehen. Alle logischen Momente m ü s s e n so definiert werden können, denn sonst "wäre es unmöglich, sich ihrer bewusst zu werden", sagt Kant als Schöpfer der Transzendentallogik.^[13] Wenn nun der Gödelsche Satz die Transzendenz der Widerspruchsfreiheit für jedes System der Leibnizlogik fordert, so folgt daraus, dass keine der möglichen Interpretationen des "ersten Systems der Linguistik" auf dem obersten Bestimmungsgesichtspunkt der transzendentalen Einheit des theoretischen Bewusstseins ausgerichtet ist. In diesem Fall aber ist es prinzipiell unmöglich, die Leibnizlogik so weit man ihre Verallgemeinerung auch treiben mag – als Abbildung der logischen Einheit des Selbstbewusstseins zu entwickeln, weil für jede Allgemeinheitsstufe, die sie er-

¹² der also prinzipiell nicht mehr überbietbar ist.

¹³ Kr. d. r. V. (Kehrbach), S. 128 Anmerkung. Wir geben noch einige andere Bemerkungen, in denen Kant sich zu diesem Thema äußert. Eben dort: "Der synthetische Satz: dass alles verschiedene empirische Bewusstsein in einem einzigen Selbstbewusstsein verbunden sein müsse, ist der schlechthin erste und synthetische Grundsatz unseres Denkens überhaupt." Dementsprechend ist die "synthetische Einheit des Bewusstseins ... eine objektive Bedingung aller Erkenntnis weil auf andere Art, und ohne diese Synthese, das Mannigfaltige sich nicht in einem Bewusstsein vereinigen würde". "Und so ist die synthetische Einheit der Apperzeption der höchste Punkt, an dem man allen Verstandesgebrauch, selbst die ganze Logik, und, nach ihr, die Transzendental-Philosophie heften muss ja dieses Vermögen ist der Verstand selbst (S.663, 660).

reicht, jederzeit zwei sich widersprechende Sätze benennbar sind, derart, dass weder der eine noch seine Kontradiktion bewiesen werden können.

Nun ist dies eine Eigenschaft, die wir zwar jedem beliebigen Inbegriff von Bewusstseinsinhalten zuschreiben können¹⁴ ganz undenkbar aber ist es, sie dem Bewusstsein selbst beizulegen. (Wenigstens nicht, solange wir Logik treiben!) Denn stellen wir uns ein Bewusstsein vor, für das jene Frage – als allgemeine – offen bleibt, ob und wann es sich mit seinen Bewusstseinsinhalten identifiziert (d.h. sie widerspruchsfrei vereinigt), so pflegen wir von – Schizophrenie zu reden. Aus diesen Erwägungen folgt: Die Idee des reinen Denkens ist nicht vertretbar durch die Idee der Leibnizlogik. Denn das "erste System der Logik" stellt, laut Gödel, nur die Relationen der theoretischen Bewusstseinsinhalte untereinander und nicht die Beziehungen derselben auf die logische Einheit des Ichs fest. Und da der Inhalt jedes Bewusstseins beliebig erweiterungsfähig ist, können selbstverständlich allezeit im Denken Themen aufgenommen werden, deren disjunktive Spannweite die alternativen Möglichkeiten des vorausgehenden Objektbereiches grundsätzlich übertrifft. Themen also, die vermittels der bisherigen Operationen, die auf einen Objektbereich von engerer Allgemeinheit zugeschnitten sind, nicht mehr zureichend bearbeitet werden können.

Eine solche Situation aber ist nur möglich in einer Logik, die von den Beziehungen der Begriffe auf die systematische Einheit konsequent abstrahiert (und abstrahieren muss, um sich ihre unbeschränkte Offenheit zu erhalten). Die Frage nach der logischen Systematik des Selbstbewusstseins liegt schlechthin außerhalb des Gesichtskreises der Leibnizschen Kalküle; sie hat nämlich folgende Gestalt: Ist eine Logik möglich, deren thematischer Gehalt durch die Idee der infiniten Reihe der Systeme der Leibnizlogik gegeben wäre? Bejahen wir diese Frage, so begegnen wir direkt dem Kernpunkt der Transzendentallogik, d.h. dem Abbildungsverhältnis der Leibnizlogik auf die Einheit des theoretischen Bewusstseins. Denn wenn das "erste System der Logistik" unbeschränkt verallgemeinerungsfähig ist, so müssen wir uns Rechenschaft darüber geben können, in welchem logischen Raum die Verallgemeinerungsreihe der Kalkülsysteme als rational-verbindliche Entwicklung des reinen Begriffs erscheint. In der Leibnizlogik kann das Problem nicht mehr formuliert werden, weil diese Logik selbst zum Gegenstand einer neuen (transzendentalen) Theorie gemacht wird. So kommen wir notwendig auf die Idee eines "zweiten Systems", das die Struktureigenschaften des ersten Systems bearbeitet. –

Diesen Gedankengang wollen wir jetzt etwas vereinfachen: Auf dem Boden der Leibnizlogik vertreten die dort gebrauchten Zeichen und Symbole die (an-sich-seienden) Objekte. Die Logik selbst (ihre semantische Struktur) repräsentiert das logische Subjekt. (Nach dieser Richtung scheint u.E. die in der Logistik sich allmählich vertiefende Unterscheidung von Basissprache und semantischer Theorie zu weisen.) Selbstverständlich können im ersten System nur die Zeichen und Sym-

¹⁴ Ihr genügt z.B. jede positiv-negative Bestimmung, deren Bestimmungsgesichtspunkt sich disparat zu einem gegebenen Disjunktionsverhältnis stellt.

bole, ihre Art und die Frage ihrer Reihenfolge präzisiertes Problem sein.^[15] Die Logik selbst, als Inbegriff der Beziehungen und Gesetze, die zwischen den Zeichen gelten, kann auf der Denkebene des ersten Systems selbstverständlich nicht als Denkgegenstand (Objekt) erscheinen, weil damit ihre Rolle als Subjekt (Prinzip) der Objektgesetzlichkeit ausgespielt wäre. Andererseits aber kann uns niemand hindern, das Subjekt des ersten Kalküls also die Leibnizlogik – zum Gegenstand einer neuen logischen Problematik zu machen. Wieder kommen wir so zum Transzendentalitätsprinzip zurück.

Wir stehen jetzt am Schluss unserer an Gödel angeknüpften Überlegungen; in ihnen ist ein Interpretationsbereich aufgewiesen worden, den kein je konstruierbares System der Leibnizlogik erfüllen kann, weil die Leibnizlogik selber als Interpretationsbereich gilt. Damit ist die "Existenz" der Transzendentallogik legitimiert. Außerdem erstreckt sich die Tragweite des Gödelschen Beweises nicht auf das transzendente System, weil letzteres die Transzendenz der Widerspruchsfreiheit und die aus ihr hervorgehende Reihe der Systeme der Leibnizlogik zum Gegenstande hat. Was aber Gegenstand einer Logik ist, kann nicht Prinzip dieser selben Logik sein. Also gilt für die Transzendentallogik der Grundsatz der Immanenz der Widerspruchsfreiheit, womit sich diese Logik als *definitives*, nicht mehr zu überbietendes System des logischen Bewusstseins erweist.

Transzendentaltheorie und Logistik sind also aufs engste miteinander verkoppelt. Ihre Zusammenarbeit ist dringlichste Forderung der gegenwärtigen Wissenschaftslage.

The text was originally edited and rendered into PDF file for the e-journal <www.vordenker.de> by E. von Goldammer.

Copyright 2004 vordenker.de

This material may be freely copied and reused, provided the author and sources are cited
a printable version may be obtained from webmaster@vordenker.de

vordenker
ISSN 1619-9324

¹⁵ Damit der Logistiker eine Vorstellung von den Aufgaben der transzendentalen Logik erhält, formulieren wir hier eine derartige Aufgabe: Warum sind die Fregekonstanten des Aussagenkalküls ersetzbar durch den Shefferschen "Strich"?